سامانه امکان
اولین سامانه
آموزش مجازی
کنکور در کشور

پایه دهم

# هندسه ۱

مخصوص رشته ریاضی فیزیک

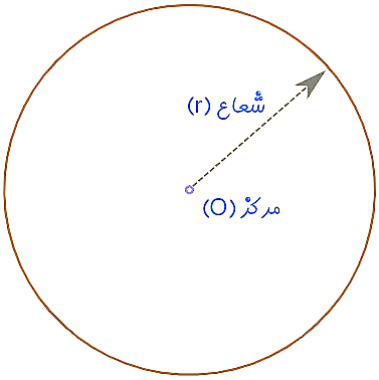
مولف : بهزاد محرمی

این مجموعه همراه تدریس ویدیویی دوره آموزشی سامانه امکان می باشد و به تنهایی قابل استفاده و بهینه نمی باشد

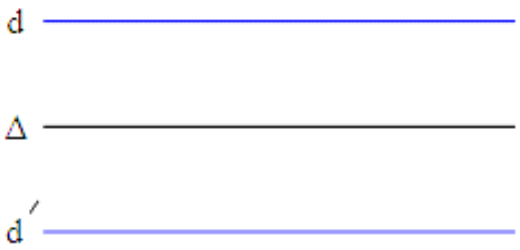
# فصل اول هندسه ۱
# ترسیم های هندسی و استدلال

## ترسیم های هندسی

مجموعه نقاطی که به یک فاصله ثابت (r) از یک نقطه ثابت (O) قرار دارند. دایره ای به مرکز O و شعاع r است




مجموعه نقاطی که به فاصله ثابت از یک خط (مانند $\Delta$ ) قرار دارند، دو خط موازی با آن است. (مانند d و $d'$)



سوال

تعداد نقاطی در صفحه که از خط $d$ و نقطه‌ی $A$ به فاصله‌ی ۸ باشند، چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

سوال

چند نقطه در صفحه وجود دارد که فاصلهٔ آن‌ها از هر کدام از دو خط متقاطع $d_1$ و $d_2$، برابر ۲ سانتی‌متر باشد؟ (آزمون آزمایشی)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

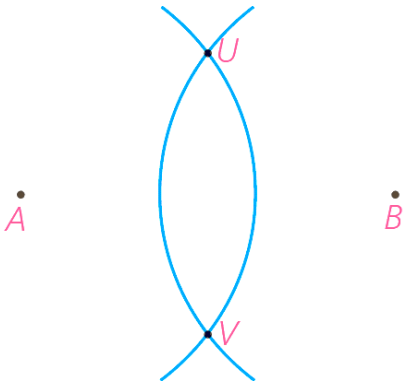
**سوال** چند نقطهٔ متمایز برای رأس $C$ در مثلث $ABC$ واقع در صفحهٔ مختصات، می‌توان یافت که فاصلهٔ رأس $C$ از نقطهٔ $A$ و خط شامل پاره‌خط $AB$، به‌ترتیب **۷** و **۵** واحد، باشد؟ (سراسری خارج ۹۹)

۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

**نکته**

نقاط A و B دو سر یک پاره خط، به طول d هستند. اگر با پرگار یک بار به مرکز A و شعاع $r_1$ و بار دیگر به مرکز B و شعاع $r_2$ کمان بزنید، این دو کمان همدیگر را در دو نقطه (U و V) قطع می کنند.

$$d < r_1 + r_2$$



در صورتی که طول پاره خط AB برابر مجموع یا قدر مطلق تفاضل شعاع دو دایره باشد، آنگاه تنها یک نقطه تلاقی وجود دارد. (مانند دو دایره مماس بر هم)

$$d = r_1 + r_2$$

$$d = |r_1 - r_2|$$

در صورتی که طول پاره خط AB از مجموع دو شعاع بزرگتر و یا از قدر مطلق تفاضل دو شعاع کوچکتر باشد، دو کمان به هم برخوردی ندارند.

$$d > r_1 + r_2$$

$$d < |r_1 - r_2|$$

دو نقطه A و B را به فاصله ۳ سانتی متر از هم در یک صفحه در نظر بگیرید. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که به فاصله ی ۲ و ۲/۵ سانتی متر به ترتیب از A و B باشند؟ (کتاب درسی)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی شمار

دو نقطه A و B را به فاصله ۳-۲m واحد از هم در یک صفحه در نظر بگیرید. اگر دایره ای به مرکز A و شعاع ۴ با دایره ای به مرکز B و شعاع ۵ در دو نقطه برخورد کند. محدوده m کدام است؟ (تألیفی)

۱) $m > 6$

۲) $m < 6$

۳) $2 < m < 6$

۴) $\frac{3}{2} < m < 6$

سوال

دو نقطه A و B را به فاصله ۳m واحد از هم در یک صفحه در نظر بگیرید. اگر دایره ای به مرکز A و شعاع ۴ با دایره ای به مرکز B و شعاع ۵ در هیچ نقطه ای به هم برخورد نکنند. مجموعه مقادیر m شامل چند عدد تک رقمی است؟ (تألیفی)

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

سوال

دو نقطه A و B را به فاصله ۵ سانتی متر از هم در یک صفحه در نظر بگیرید. اگر دهانه ی پرگار را یک بار به مرکز A و شعاع ۳ و بار دیگر به مرکز B و با شعاع ۴ کمان بزنید، مساحت چهارضلعی حاصل از نقاط برخورد کمان ها و نقاط A وB کدام است؟ (تألیفی)

۱) ۶

۲) ۱۲

۳) ۲۴

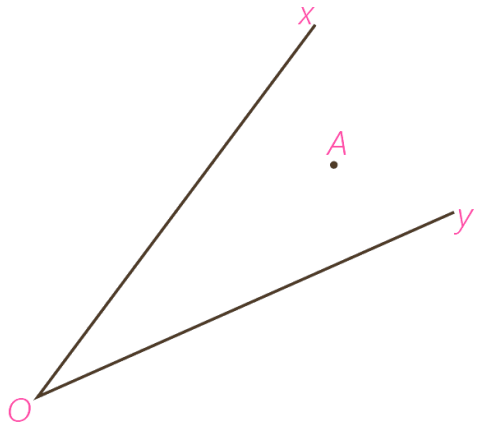
۴) ۲۵

**سوال** پاره‌خط $AB$ به اندازهٔ **۸** واحد در صفحهٔ مختصات، مفروض است. چهار دایره با مراکز $A$ و $B$ و شعاع‌های **۳** و **۷** واحد رسم می‌کنیم. نقاط تلاقی دایره‌های کوچک با دایره‌های بزرگ، دقیقاً رأس‌های کدام چهارضلعی هستند؟

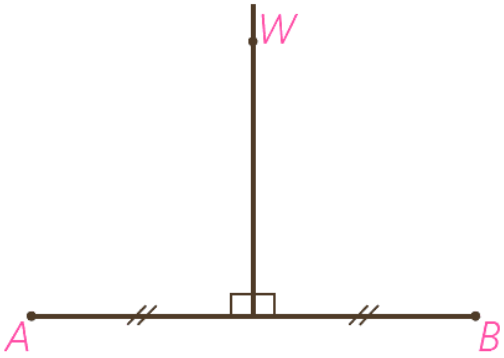
(سراسری داخل ۹۹)

| | | | |
|---|---|---|---|
| ۱ | لوزی | ۲ | متوازی‌الاضلاع |
| ۳ | مستطیل | ۴ | ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین |

**نکته** هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قراردارد از دو ضلع زاویه به یک فاصله است و هر نقطه که دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز ان زاویه قرار دارد.



اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط باشد از دو سر آن به یک فاصله است و همچنین اگر نقطه ای از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمود منصف است.




دو نقطه‌ی $A$ و $B$ و خط $d$ داده شده‌اند. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنیم که رأسش روی $d$ و قاعده‌ی آن پاره‌خط $AB$ باشد، باتوجه به اوضاع $A$، $B$ و $d$، تعداد جواب‌های ممکن برای رسم مثلث کدام نمی‌تواند باشد؟ (آزمون آزمایشی)

۱ یک جواب
۲ دو جواب
۳ هیچ جواب
۴ بی‌شمار جواب

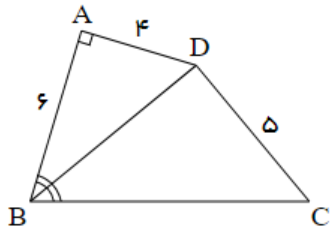
دو خط متقاطع $d$ و $d'$ و نقطهٔ $M$ در یک صفحه مفروض‌اند. حداکثر چند نقطه در صفحه وجود دارد که از خطوط $d$ و $d'$ به یک فاصله بوده و از نقطهٔ $M$ به فاصلهٔ ثابت $r$ واقع باشد؟ $(r > 0)$ (آزمون آزمایشی)

۱ هیچ ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۴

دو نقطهٔ $A$ و $B$ به‌ترتیب به فاصله‌های ۲ و ۴ واحد از خط $\Delta$ مفروض‌اند. حداکثر چند نقطه به فاصلهٔ واحد از خط $\Delta$ وجود دارد که از $A$ و $B$ به یک فاصله باشد؟ (آزمون آزمایشی)

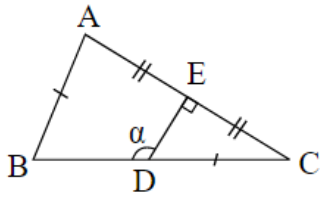
۱ ۴ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ بی‌شمار

در شکل مقابل، $BD$ نیم‌ساز $A\hat{B}C$ است. طول $BC$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)




۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

در شکل مقابل، اگر $AC = BC$ باشد، آنگاه زاویهٔ $\alpha$ چند درجه است؟ (آزمون آزمایشی)




۱) ۱۰۸ ۲) ۱۱۶ ۳) ۱۲۶ ۴) ۱۳۲

سوال

در چهارضلعی $ABCD$، $\widehat{B} = ۹۰^\circ$ و رأس $C$ محل تقاطع نیم‌ساز زاویه‌ی داخلی $A$ و عمودمنصف ضلع $AD$ است. اگر $AB = ۴$ و مساحت چهارضلعی ۱۸ باشد، محیط $ABCD$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

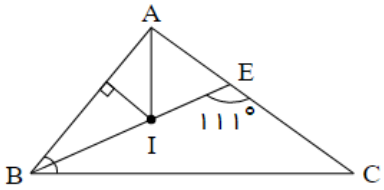
سوال

در چهارضلعی $ABCD$، $\widehat{A} = \widehat{C} = ۹۰^\circ$ و قطر $BD$ نیم‌ساز زاویه‌های $B$ و $D$ است. اگر $BD = ۱۵$ ، $AD = ۲x - ۱$ و $DC = x + ۴$ باشد، محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۲۴ ۲) ۳۰ ۳) ۳۶ ۴) ۴۲

سوال

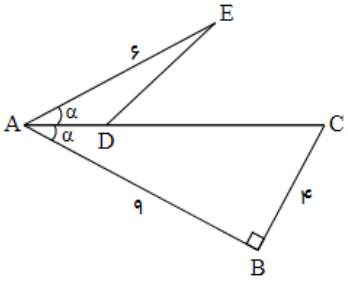
در شکل زیر عمود منصف ضلع $AB$ و نیم‌ساز رأس $A$ در نقطه‌ی $I$ متقاطع هستند و امتداد $BI$، ضلع $AC$ را در نقطه‌ی $E$ قطع می‌کند. اگر $B\hat{E}C = 111^\circ$ باشد، آن‌گاه اندازه زاویه‌ی $A$ چند درجه است؟ (آزمون آزمایشی)




۱) ۷۴
۲) ۴۵
۳) ۳۷
۴) ۹۰

سوال

در شکل مقابل اگر $E$ روی عمودمنصف $CD$ واقع باشد، آنگاه طول $ED$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

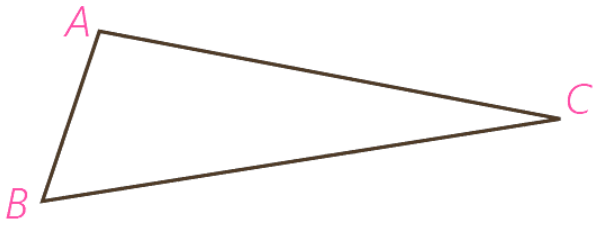



۱) ۳٫۵
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۴٫۵

# استدلال

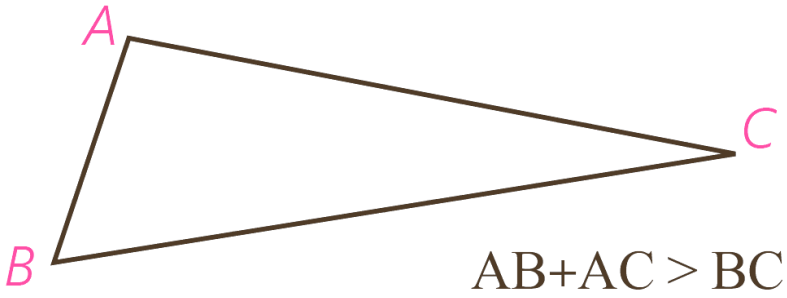
نکته

اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه ی مقابل به ضلع بزرگتر، بزرگتر است از زاویه ی مقابل به ضلع کوچکتر، و برعکس.

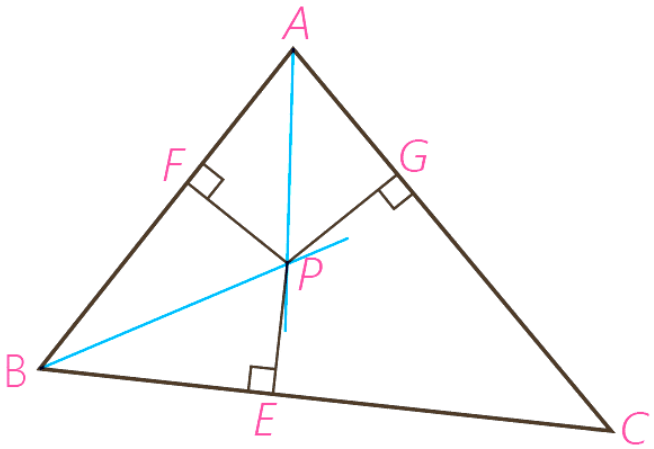



$$BC > AB \quad \Leftrightarrow \quad \hat{A} > \hat{C}$$

نامساوی مثلث: در هر مثلث مجموع دو ضلع، بزرگتر است از ضلع سوم.




ارتفاع و عمود منصف و نیمسازهای هر مثلثی همرسند.



سوال

محیط مثلثی ۱۸ واحد است. کدام گزینه در مورد طول اضلاع آن می‌تواند صحیح باشد؟

(آزمون آزمایشی)

۱ طول کوچک‌ترین ضلع آن ۷ است.

۲ طول کوچک‌ترین ضلع آن ۳ و بزرگ‌ترین ضلع آن ۷ است.

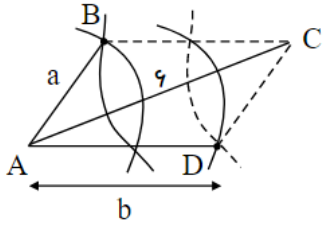
۳ طول بزرگ‌ترین ضلع آن ۹ است.

۴ طول کوچک‌ترین ضلع آن ۴ و بزرگ‌ترین ضلع آن ۸ است.

سوال

برای رسم یک متوازی‌الاضلاع دلخواه که $AC = ۶$ یکی از قطرهای آن می‌باشد، مطابق شکل از دو سر $A$ و $C$ کمان‌هایی به شعاع های $a$ و $b$ رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط $B$ و $D$ قطع کنند. در این صورت کدام مقدار برای $a$ و $b$ قابل قبول است؟

(آزمون آزمایشی)




۱ $b = ۳$ و $a = ۲$

۲ $b = ۳$ و $a = ۴$

۳ $b = ۳$ و $a = ۳$

۴ $a = ۱$ و $b = ۷$

در مثلث $ABC$ که در آن $AB < AC$، عمودمنصف ضلع $BC$، ضلع $AC$ را در $M$ قطع می‌کند، زاویهٔ $B\hat{M}C$ برابر کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $\frac{\hat{A}}{۲}$

۲) $\hat{A} + \hat{B} - \hat{C}$

۳) $\frac{\hat{A} + \hat{B}}{۲}$

۴) $\frac{\hat{B} - \hat{C}}{۲}$

در مثلث $ABC$ نیمساز داخلی زاویهٔ $A$، ضلع $BC$ را در نقطهٔ $D$ قطع می‌کند. کدام نامساوی همواره صحیح است؟ (سراسری داخل ۸۰)

۱) $AB > BD$

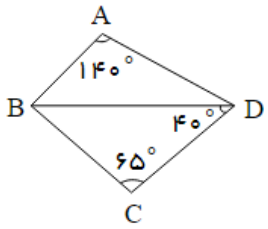
۲) $AD > BD$

۳) $AB > AD$

۴) $BD > AD$

## سوال

باتوجه به شکل زیر، کدام پاره‌خط بیش‌ترین طول را دارد؟




۱ $AD$

۲ $BD$

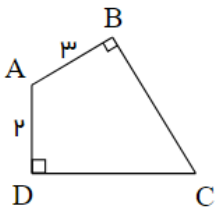
۳ $BC$

۴ $CD$

(آزمون آزمایشی)

## سوال

در چهارضلعی $ABCD$ زوایای $B$ و $D$ قائمه‌اند. امتداد دو ضلع $BC$ و $AD$ یکدیگر را در نقطهٔ $M$ و امتداد دو ضلع $AB$ و $CD$ یکدیگر را در نقطهٔ $N$ قطع می‌کنند. کدام گزینه همواره صحیح است؟ (آزمون آزمایشی)




۱ $AC$ از وسط $MN$ می‌گذرد.

۲ $AC$ بر $MN$ عمود است.

۳ $AC$ پاره‌خط $MN$ را به نسبت **۲** به **۳** قطع می‌کند.

۴ اگر $E$ محل برخورد $AC$ و $MN$ باشد، $BDE$ متساوی‌الاضلاع است.

در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۶ واحد، $O$ نقطهٔ همرسی عمومنصف‌ها است. فاصلهٔ $O$ از ضلع بزرگ‌تر این مثلث چند واحد است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۰٫۶۲۵ ۲) ۰٫۷۵ ۳) ۰٫۸۷۵ ۴) ۱

در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC \left(\hat{A} = ۹۰^\circ\right)$، $AD$ نیمساز زاویهٔ داخلی $A$ و $AB < AD < AC$ است. اگر اندازهٔ زاویهٔ $B$ در بازهٔ $(\alpha, \beta)$ قرار داشته باشد، بیشترین مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $۱۵^\circ$ ۲) $۲۲٫۵^\circ$ ۳) $۳۰^\circ$ ۴) $۳۷٫۵^\circ$

سوال

اگر $x+5$، $2x-2$ و $x+1$، طول اضلاع مثلثی باشند، کدام عدد می‌تواند محیط این مثلث باشد؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۵
۲) ۸
۳) ۱۰
۴) ۱۸

سوال

در مثلث متساوی‌الساقین $ABC$ $(AB=AC)$ ساق $AB$ را از طرف $B$ تا نقطهٔ $D$ امتداد می‌دهیم، به‌طوری که $BD=BC$. اگر $CD=AC$، آنگاه نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های مثلث $ACD$ کجا واقع است؟

۱) درون $\overset{\Delta}{ACD}$
۲) بیرون $\overset{\Delta}{ACD}$
۳) نقطهٔ $C$
۴) وسط $AD$

(آزمون آزمایشی)

سوال

در مثلث $ABC$ که در آن $\hat{B} = ۶۰^\circ$ و $\hat{C} = ۵۰^\circ$ است، اگر $O$ نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع باشد، اندازهٔ زاویهٔ $BOC$ چند درجه است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۱۱۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۳۰ ۴) ۱۴۰

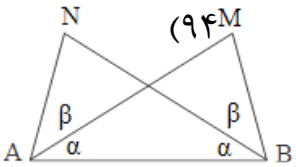
سوال

نقطهٔ $I$ درون مثلث $ABC$ به طول اضلاع ۵، ۶ و ۷ از سه ضلع آن به یک فاصله است. فاصلهٔ $I$ تا ضلع بزرگ‌تر چند برابر طول ارتفاع وارد بر این ضلع است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $\frac{۳}{۷}$ ۲) $\frac{۷}{۹}$ ۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۳}{۱۴}$

سوال

در شکل مقابل $\beta > \alpha$ است. از دو نقطه‌ی $M$ و $N$ کدام به خط $AB$ نزدیک‌تر است؟ (سنجش ۹۴)




۱) هم فاصله
۲) نامعلوم
۳) $M$
۴) $N$

سوال

در مثلث $ABC$، $\hat{A} = ۲\hat{C} = ۸۰^\circ$ و نقطهٔ $D$ داخل مثلث و روی عمودمنصف ضلع $AB$، طوری واقع شده است که $A\hat{D}B = ۱۱۰^\circ$. زاویهٔ حادهٔ بین نیمساز داخلی زاویهٔ $C$ با پاره‌خط $AD$، چند درجه است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۵۰
۲) ۵۵
۳) ۶۰
۴) ۶۵

نکته

به مثالی که کلیّت یک حکم را رد می کند، مثال نقض می گویند.

مثلاً جمله ی مجموع هر دو عدد گنگ، گنگ است. که با مثال نقض دو عدد گنگ که قرینه هم باشند، مجموع شان صفر (گویا) است، رد میشود

سوال

کدام گزینه تنها یک مثال نقض دارد؟ (آزمون آزمایشی)

۱ محل همرسی ارتفاع‌های هر مثلث یا داخل آن است و یا خارج آن.

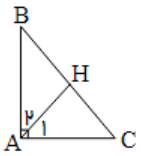
۲ چند ضلعی که همهٔ زوایای آن با هم برابر باشند، منتظم است.

۳ هر دو مستطیل هم‌مساحت، هم‌نهشت می‌باشند.

۴ حاصل‌ضرب هر عدد صحیح در $\sqrt{۲}$ عددی گنگ است.

نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی کاربرد دارد، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می کنیم حکم غلط باشد (یا به عبارتی فرض می کنیم، نقیض حکم درست باشد) و به یک تناقض یا به یک گزاره غلط یا غیرممکن می رسیم. در این حالت نتیجه می گیریم که فرض غلط بودن حکم نادرست بوده و حکم نمی تواند غلط باشد.

**سوال** مطابق شکل زیر در مثلث قائم الزاویهٔ $ABC$ ، $\hat{A}_1 \neq \hat{B}$ است. کدام گزینه همواره صحیح است؟ (آزمون آزمایشی)




۱) $\hat{B} > \hat{C}$

۲) $\hat{B} < \hat{C}$

۳) $A\hat{H}B \neq ۹۰^\circ$

۴) $A\hat{H}B = ۹۰^\circ$

در اثبات عکس قضیهٔ «در مثلث $ABC$ اگر $AB > AC$ آن‌گاه $\hat{C} > \hat{B}$» با استفاده از برهان خلف، فرض اولیه کدام است؟

(آزمون آزمایشی)

۱) $\hat{B} > \hat{C}$

۲) $\hat{B} \geq \hat{C}$

۳) $AC > AB$

۴) $AB \leq AC$

قضیه دو شرطی: اگر عکس یک قضیه شرطی صحیح باشد، آن قضیه را دو شرطی می‌گوییم.

سوال

کدام‌یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟ (آزمون آزمایشی)

۱ مثلث‌های همنهشت، زاویه‌های نظیر مساوی دارند.

۲ زوایای مجاور هر متوازی‌الاضلاع مکمل یکدیگرند.

۳ در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویهٔ رأس، ضلع مقابل آن را نصف می‌کند.

۴ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

سوال

کدام‌یک از قضیه‌های زیر را نمی‌توان به‌صورت یک قضیه‌ی دوشرطی نوشت؟ (آزمون آزمایشی)

۱ اگر در مثلث $ABC$، $AB > AC$ باشد، آن‌گاه $\widehat{C} > \widehat{B}$ است.

۲ اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آن‌گاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

۳ اگر دو مثلث هم‌نهشت باشند، آن‌گاه هم‌مساحت‌اند.

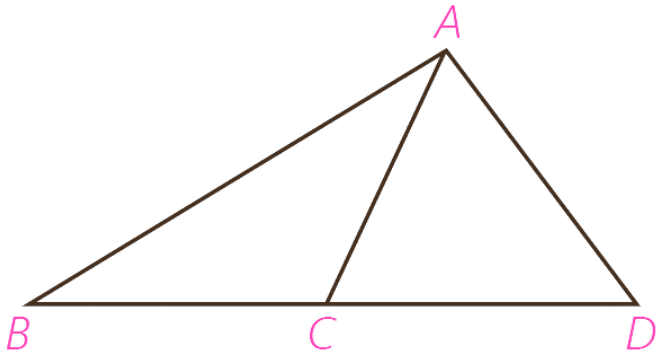
۴ اگر دو دایره محیط‌های برابر داشته باشند، آن‌گاه مساحت برابر دارند.

# فصل دوم هندسه ۱

# قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهـــــای آن

# نسبت و تناسب در هندسه

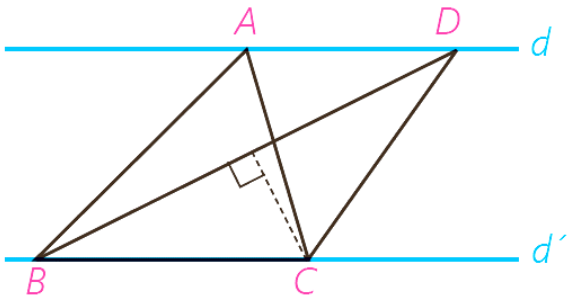
هرگاه اندازهٔ ارتفاع های دو مثلث برابر باشد، نسبت مساحت های آنها برابر با نسبت اندازهٔ قاعده هایی است که این ارتفاع ها بر آنها وارد شده است.




$$\frac{S_{ABC}}{S_{ACD}} = \frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ACD} = \frac{BC}{CD}$$

**سوال** در شکل مقابل $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC، $8cm^2$ است. اگر $BD=6cm$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ C از BD را به‌دست آورید (کتاب درسی)

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) ۲



در مثلث $ABC$ داریم $AB = AC = ۱۷$ و $BC = ۱۶$،

دایره‌ای به مرکز $B$ و شعاع ۲۵ واحد، خطی را که از رأس $A$ موازی $BC$ رسم شود، در نقطهٔ $D$ قطع می‌کند. فاصلهٔ نقطهٔ $C$ از خط $BD$، کدام است؟

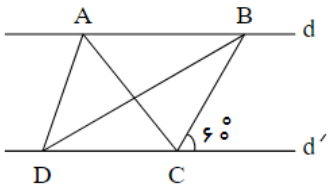
(سراسری خارج ۹۸)

۱) $۷/۲$ ۲) $۸/۴$ ۳) $۹/۶$ ۴) $۱۰/۲$

در شکل زیر، خط‌های $d$ و $d'$ موازی هستند. اگر

$BC = \frac{۳}{۲}cm$ و $B\hat{C}A = B\hat{A}C$ و $DB = ۲AB$ باشد، آن‌گاه

(قلم چی ۹۶)



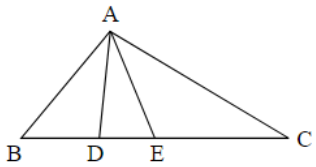

ارتفاع وارد بر ضلع $DB$ در مثلث $ABD$ چند سانتی‌متر است؟

۱) $۳\sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۳}$

۳) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۸}$ ۴) $\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}$

(قلم چی ۹۸)

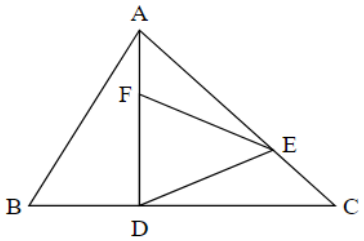
در شکل زیر، مساحت مثلث $ACE$ سه برابر مساحت مثلث $ADE$ و دو برابر مساحت مثلث $ABD$ است. نسبت $\frac{BC}{DE}$ کدام است؟




۱) ۵
۲) ۵٫۵
۳) ۶
۴) ۶٫۵

(قلم چی ۹۹)

در شکل زیر، اگر $\frac{BD}{DC} = \frac{۱}{۲}$، $\frac{EC}{AE} = \frac{۱}{۳}$ و $\frac{AF}{FD} = \frac{۱}{۴}$، آن‌گاه نسبت مساحت مثلث $DEF$ به مساحت مثلث $ABC$ کدام است؟



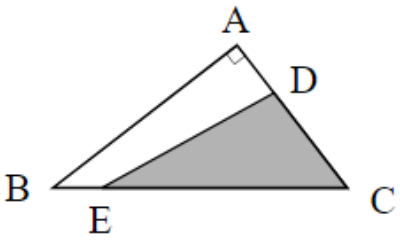

۱) $\frac{۳}{۱۰}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۵}$

سامانه امکان؛ آموزش مجازی کنکور
www.Emkan.app

سوال

در شکل زیر، مساحت ناحیهٔ هاشورخورده کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

$(AB = ۱۴ , DC = ۹ , BE = ۲ , EC = ۱۶)$




۱) ۶۰
۲) ۶۴
۳) ۴۸
۴) ۵۶

# ویژگی های تناسب

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Leftrightarrow ad=bc$ | $\frac{۳}{۵}=\frac{۶}{۱۰} \Leftrightarrow ۳\times۱۰=۵\times۶$ | $b$ و $d \neq ۰$ | (طرفین وسطین کردن) |
| ۲ | $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a}=\frac{d}{c}$ | $\frac{۲}{۵}=\frac{۴}{۱۰} \Rightarrow \frac{۵}{۲}=\frac{۱۰}{۴}$ | $a$ و $b$ و $c$ و $d \neq ۰$ | (معکوس کردن طرفین تناسب) |
| ۳ | $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ یا $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ | $\frac{۲}{۳}=\frac{۶}{۹} \Rightarrow \frac{۹}{۳}=\frac{۶}{۲}$ | $a$ و $b$ و $c$ و $d \neq ۰$ | (تعویض جای طرفین یا وسطین) |
| ۴ | $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$ یا $\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$ | $\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶} \Rightarrow \frac{۲}{۵}=\frac{۴}{۱۰}$ | $b$ و $d \neq ۰$ | (ترکیب نسبت در صورت یا مخرج) |
| ۵ | $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$ یا $\frac{a}{a-b}=\frac{c}{c-d}$ | $\frac{۳۰}{۲۱}=\frac{۲۰}{۱۴} \Rightarrow \frac{۹}{۲۱}=\frac{۶}{۱۴}$ | $b$ و $d \neq ۰$ | (تفضیل نسبت در صورت یا مخرج) |
| ۶ | $\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ | $\frac{۴}{۶}=\frac{۸}{۱۲} \Rightarrow \frac{۱۲}{۱۸}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۴}{۶}$ | $b$ و $d \neq ۰$ | |
| ۷ | $\frac{a_۱}{b_۱}=\frac{a_۲}{b_۲}=\cdots=\frac{a_n}{b_n} \Rightarrow \frac{a_۱}{b_۱}=\frac{a_۲}{b_۲}=\cdots=\frac{a_n}{b_n}=\frac{a_۱+a_۲+\cdots+a_n}{b_۱+b_۲+\cdots+b_n}$<br>$\frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶}=\frac{۶}{۹}=\frac{۸}{۱۲} \Rightarrow \frac{۲}{۳}=\frac{۴}{۶}=\frac{۶}{۹}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲+۴+۶+۸}{۳+۶+۹+۱۲}=\frac{۲۰}{۳۰}$ | | $b_۱$ و $b_۲$ و ... و $b_n \neq ۰$ | (تعمیم ویژگی ۶) |

سامانه امکان ؛ آموزش مجازی کنکور
www.Emkan.app

در مثلثی به طول اضلاع $a$، $b$ و $c$، اگر داشته باشیم $\frac{a}{b-c}=\frac{b+c}{a}$، آن‌گاه این مثلث لزوماً چگونه است؟

(قلم چی ۹۹)

۱ قائم‌الزاویه

۲ متساوی‌الساقین

۳ قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین

۴ نه قائم‌الزاویه و نه متساوی‌الساقین

از تناسب‌های $\frac{a+۲b}{۵}=\frac{۳b-c}{۳}=\frac{۲c-۴b}{۷}=\frac{۱}{۴}$ مقدار $a+b+c$ کدام است؟

(سنجش ۹۴)

۱ ۲٫۲۵

۲ ۲٫۷۵

۳ ۳٫۲۵

۴ ۳٫۷۵

**سوال**

اگر $\frac{۲}{۳} = \frac{c}{d} = \frac{a}{b}$، آن‌گاه حاصل $\frac{۳a + ۲d}{۴b + ۶c}$ کدام است؟ (قلم چی ۹۹)

۱) ۰٫۵ ۲) ۰٫۴ ۳) ۰٫۳ ۴) ۰٫۲

**نکته**

**تعریف واسطهٔ (میانگین) هندسی:** اگر طرفین یا وسطین یک تناسب شامل دو عدد برابر باشد؛ یعنی $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ یا $\frac{b}{a}=\frac{c}{b}$ با طرفین وسطین‌کردن تناسب، نتیجه می‌شود: $b^۲=ac$. در این صورت b را واسطهٔ هندسی a و c می‌نامیم.

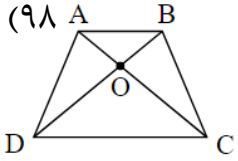
سوال

چند مثلث متفاوت به طول اضلاع ۳، ۶ و $x$ وجود دارد، بطوری که طول یکی از اضلاع آن، واسطهٔ هندسی طول‌های دو ضلع دیگر باشد؟ (قلم چی ۹۹)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

سوال

در شکل مقابل، مساحت مثلث‌های $AOB$ و $DOC$ به‌ترتیب برابر ۴ و ۹ واحد مربع است. مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$ کدام است؟ (قلم چی ۹۸)



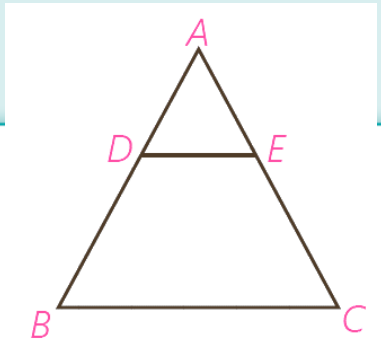

۱) ۲۴ ۲) ۲۵ ۳) ۲۷ ۴) ۳۰

# قضیه ی تالس و کاربرد آن

نکته

**قضیهٔ تالس:** هرگاه در یک مثلث، خطی موازی یکی از اضلاع، دو ضلع دیگر مثلث را در دو نقطه قطع کند، روی آن دو ضلع، چهار پاره‌خط جدا می‌کند که اندازه‌های آنها تشکیل یک تناسب را می‌دهند. به طور خلاصه هرگاه مانند شکل روبه‌رو داشته باشیم $DE \parallel BC$، آنگاه:

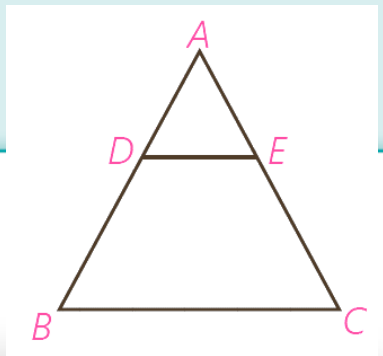
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$




نکته

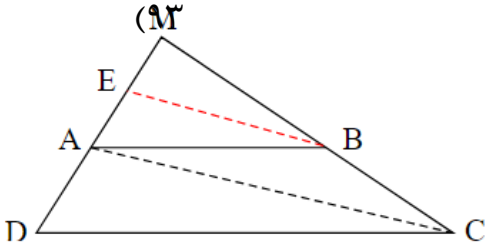
**تعمیم قضیهٔ تالس:** اگر خطی دو ضلع مثلثی را در دو نقطه قطع کند و با ضلع سوم آن موازی باشد، مثلثی پدید می‌آید که اندازهٔ ضلع‌های آن با اندازهٔ ضلع‌های مثلث اصلی متناسب‌اند؛ مثلاً در شکل روبه‌رو داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$



سوال

در ذوزنقه‌ی $ABCD$ ، پاره‌خط $BE$ موازی قطر $AC$ است. اگر $AD = ۷$ و $AE = ۳$ باشد، فاصله‌ی $MD$ کدام است؟ (سراسری خارج ۹۳)




۱) ۱۲

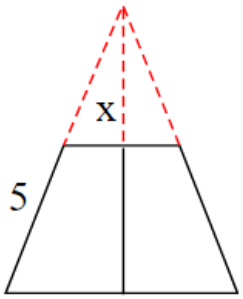
۲) ۱۲٫۲۵

۳) ۱۲٫۵

۴) ۱۲٫۷۵

سوال

در یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، طول قاعده‌ها ۱۵ و ۹ واحد و اندازه‌ی ساق‌ها ۵ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو ساق این ذوزنقه از قاعده‌ی کوچک‌تر چند واحد است؟ (سراسری خارج ۸۵)



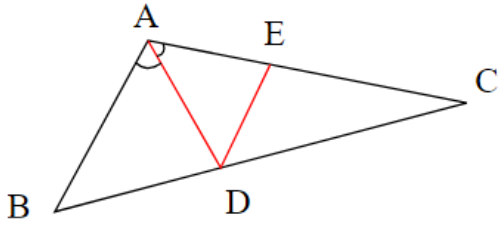

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

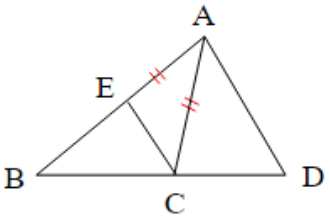
۴) ۸

در شکل مقابل $۵AB = ۳AC = ۶۰$ و $AD$ نیمساز زاویه‌ی $A$ است. $DE||AB$ اندازهٔ $EC$ کدام است؟ (سراسری خارج ۸۱)




۱) ۱۲
۲) ۱۲٫۵
۳) ۱۳٫۵
۴) ۱۵

در شکل مقابل $AE = AC,\ CE||AD$ است اگر $AC = ۵\ ,\ AB = ۱۱$ و $BC = ۹$ باشد اندازه‌ی DC کدام است؟ (سنجش ۹۴)

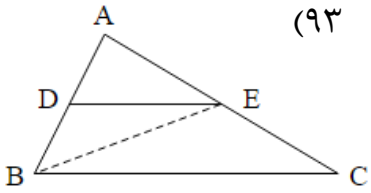



۱) ۷
۲) ۸
۳) ۷٫۵
۴) ۸٫۵

سوال

در مثلث $ABC$ ، پاره خط $DE$ موازی ضلع $BC$ و $AD = \frac{۴}{۵}BD$ است.

مساحت مثلث $EBC$ چند برابر مساحت مثلث $EBD$ است؟ (سراسری ۹۳)




۱) ۲ ۲) ۲٫۲۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۲٫۷۵

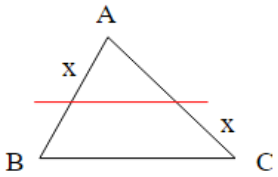
سوال

در یک ذوزنقه، خطی که وسط ساق‌ها را بهم وصل کند مساحت آن را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم می‌کند، نسبت قاعده‌های ذوزنقه کدام است؟ (سراسری ۹۸)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

سوال

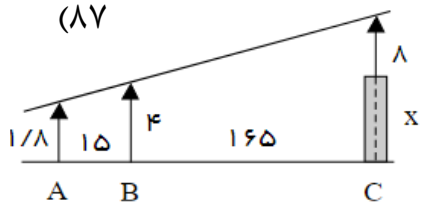
در شکل مقابل، پاره خطی موازی $BC$ رسم شده است و $AB = \frac{۲}{۵}AC$ است. اندازه $x$ چند برابر $AB$ است؟ (سنجش ۹۴)




۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۷}$

سوال

درشکل مقابل دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱٫۸ متر از ارتفاع دکل وتیرک ۴ متری دریک راستا است،اگر فاصله‌ی شخص ،تیرک و برج به صورت شکل مقابل باشد، بلندی برج چند متراست؟ (سراسری ۸۷)

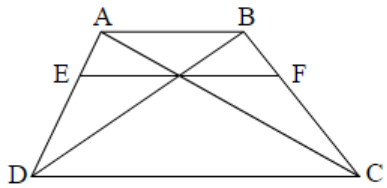



۱) ۱۹٫۸ ۲) ۲۰٫۲ ۳) ۲۰٫۸ ۴) ۲۱٫۲

در ذوزنقه متساوی‌الساقین به قاعده **۱۲** و **۴** طول ارتفاع وارد بر قاعده **۴** است وسط های اضلاع را بهم وصل می‌کنیم محیط چهارضلعی حاصل چقدر است؟ (عهد عتیق)

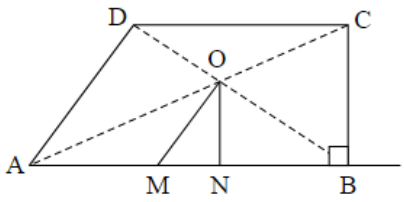
۱) $۴\sqrt{۵}$ ۲) $۸\sqrt{۵}$ ۳) $۴\sqrt{۱۰}$ ۴) $۸\sqrt{۱۰}$

در شکل زیر، $AB||EF||DC$ و اندازهٔ پاره‌خط‌های $AB$ و $DC$، به‌ترتیب ۵ و ۹ واحد است. اندازهٔ پاره‌خط $EF$، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۹)




۱) $\frac{۴۵}{۷}$ ۲) $\frac{۴۵}{۶}$ ۳) $۳\sqrt{۵}$ ۴) ۷

مطابق شکل زیر، از محل تلاقی قطرهای ذوزنقهٔ قائم‌الزاویه $ABCD$ $(\hat{B} = ۹۰^\circ)$، پاره‌خط‌های $OM$ و $ON$ به‌ترتیب موازی با $AD$ و $BC$ رسم شده‌اند. نسبت $\frac{AM}{BN}$، کدام است؟ (سراسری ۹۹)



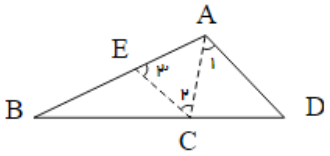

۱) ۱

۲) ۲

۳) کوچک‌تر از ۱

۴) بزرگ‌تر از ۱ کوچک‌تر از ۲

در شکل مقابل سه زاویه‌ی ۱، ۲ و ۳ برابرند، اگر $AC = ۶$ ، $AB = ۱۵$ نسبت $\frac{DB}{DC}$ برابر کدام است؟ (سنجش ۹۴)




۱) ۱

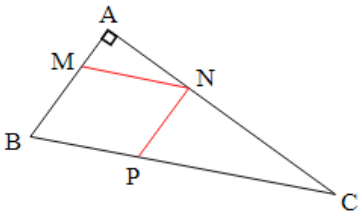
۲) ۳

۳) $\frac{۵}{۲}$

۴) $\frac{۵}{۳}$

سوال

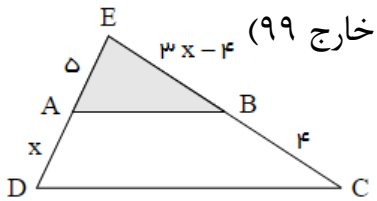
در مثلث ABC، اگر $AB = \frac{۱}{۲}BC$ و چهارضلعی MNPB لوزی باشد، ضلع BC چند برابر طول ضلع لوزی است؟ (قلم چی ۹۴)




۱) ۲
۲) ۳
۳) $\frac{۳}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

سوال

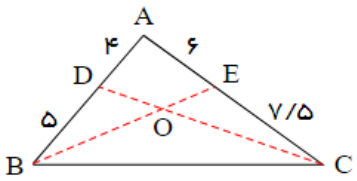
در شکل زیر، مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$، چند برابر مساحت مثلث $EAB$ است؟ (سراسری خارج ۹۹)




۱) $\frac{۹}{۴}$
۲) $\frac{۱۶}{۹}$
۳) $\frac{۲۵}{۱۶}$
۴) $\frac{۳۶}{۲۵}$

سوال

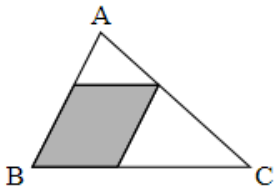
در شکل مقابل، نسبت مساحت مثلث $OBD$ به مساحت مثلث $OCE$ کدام است؟ (قلم چی ۹۴)




۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۵}{۶}$
۴) ۱

سوال

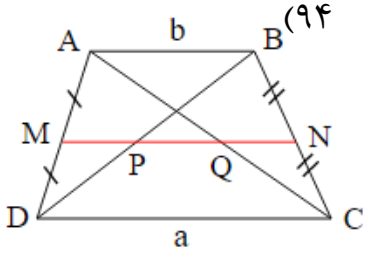
در شکل زیر اگر $۳AB = ۲BC$، آنگاه مساحت لوزی سایه‌خورده چه کسری از مساحت مثلث $ABC$ است؟ (قلم چی ۹۹)




۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) $\frac{۲}{۵}$
۳) $\frac{۱۲}{۲۵}$
۴) $\frac{۶}{۲۵}$

سوال

۹۴) در ذورنقه‌ی مقابل، نسبت $\frac{MN}{PQ}$ چقدر است؟ (قلم چی




۱) $\frac{a}{b}$

۲) ۲

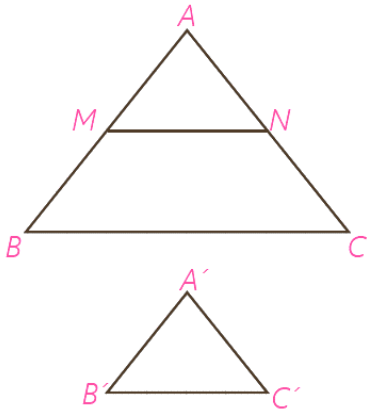
۳) $\frac{a+b}{a-b}$

۴) ۳

# تشابه مثلث ها

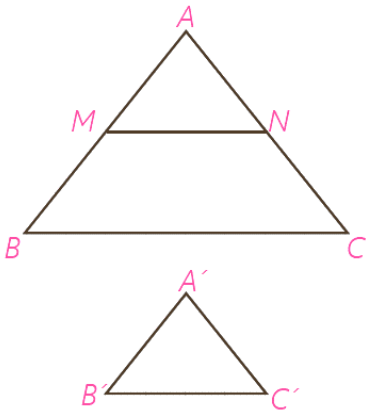
**قضیه ۱:** هرگاه دو زاویه از مثلثی، با دو زاویه از مثلث دیگر هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

$$(\hat{B}=\hat{B}',\hat{C}=\hat{C}' \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C')$$



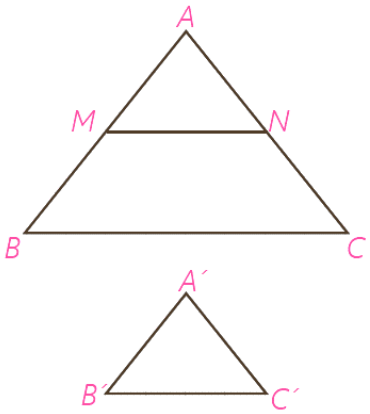
**قضیه ۲:** هرگاه اندازه‌های دو ضلع از مثلثی با اندازه‌های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویهٔ بین آنها، هم‌اندازه باشند، دو مثلث متشابه‌اند:

$$\angle A = \angle A', \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$



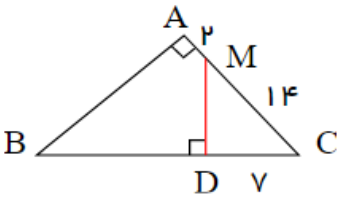
**قضیهٔ ۳:** هرگاه اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند:

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}\Rightarrow \Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$$



سوال

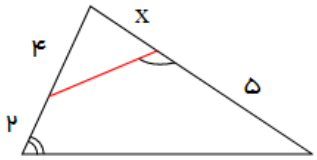
در شکل مقابل $\hat{A} = \hat{D}$، طول $BD$ چند واحد است؟ (سراسری ۸۶)




۱) ۲۲ ۲) ۲۳ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵

سوال

در شکل مقابل دو زاویه‌ی غیرمجاور چهار ضلعی مکمل یکدیگرند. مساحت چهارضلعی چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟ (سنجش ۹۴)

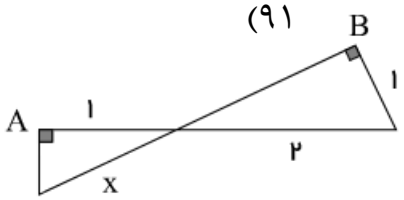



۱) ۳ ۲) ۳٫۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۴

مثلثی به اضلاع $b$ و $a$ و ۳ با مثلثی به طول اضلاع ۵ و ۴ و ۳ متشابه است دو مثلث قابل انطباق نیستند، بیشترین محیط از مثلث اول کدام است؟

۱) ۱۳٫۵ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۷٫۲

در شکل مقابل دو زاویهٔ $A$ و $B$ قائمه‌اند. مقدار $x$ چقدر است؟ (سراسری ۹۱)




۱) $\frac{۱}{۲}\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}\sqrt{۳}$

۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد ۱، ۱ و ۲ متناسبند. این مثلث با مثلثی به طول اضلاع ..... متشابه است. (قلم چی ۹۹)

۱) ۱، ۱ و ۲

۲) ۱، ۱ و $\sqrt{2}$

۳) ۱، ۱ و $\frac{1}{2}$

۴) ۱، ۱ و $\frac{\sqrt{2}}{2}$

اندازه‌ی دوضلع قائم از مثلث قائم الزاویه‌ای ۲ و ۶ واحد است. عمودمنصف وتر امتداد ضلع کوچکتر را در $M$ قطع می‌کند. فاصله‌ی $M$ ازنزدیکترین راس این مثلث چند واحد است؟ (سراسری ۸۴)

۱) ۷٫۵

۲) ۸

۳) $\sqrt{80}$

۴) $\frac{25}{3}$

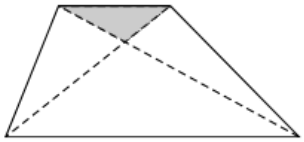
سوال

اندازه‌ی قاعده‌های یک ذوزنقه ۶ و ۹ واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه وسط قاعده‌ها را به هم وصل کند برابر ۱۲ واحد است. فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی دو قطر این ذوزنقه از وسط قاعده‌ی کوچکتر چقدر است؟ (سراسری ۸۵)

۱) ۳٫۶ ۲) ۴٫۲ ۳) ۴٫۸ ۴) ۵٫۴

سوال

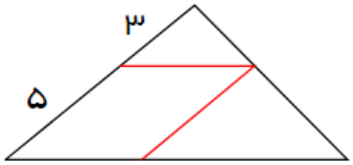
قاعده‌ی بزرگ‌تر ذوزنقه دو برابر قاعده‌ی کوچک‌تر آن است. مساحت کل ذوزنقه چند برابر مساحت مثلث سایه‌زده است؟ (سراسری خارج ۸۷)



۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

سوال

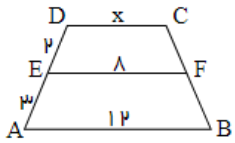
در شکل مقابل مساحت متوازی الاضلاع چند برابر مساحت مثلث بزرگتر است؟ (سنجش ۹۴)




۱) $\frac{۷}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۵}{۳۲}$ ۳) $\frac{۹}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱۷}{۳۲}$

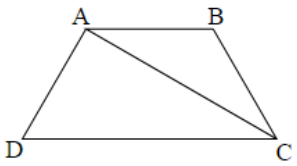
سوال

در شکل مقابل اگر $EF \parallel CD \parallel AB$ باشد، طول $DC$ کدام است؟ (قلم چی ۹۷)




۱) ۵ ۲) $\frac{۱۶}{۳}$ ۳) ۶ ۴) $\frac{۲۲}{۳}$

در ذوزنقه شکل زیر، اگر مساحت مثلث‌های $ABC$ و $ACD$ به‌ترتیب برابر $3S$ و $4S$ باشد، مساحت مثلثی که از امتداد ساق‌های $AD$ و $BC$ در خارج ذوزنقه به‌وجود می آید، چند برابر $S$ است؟ (قلم چی ۹۸)




۱) ۵
۲) ۷
۳) ۹
۴) ۱۲

نکته

در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$ روابط مهم زیر برقرارند. این رابطه‌ها را روابط طولی می‌نامیم؛ زیرا با اندازه‌های اضلاع سروکار دارند:

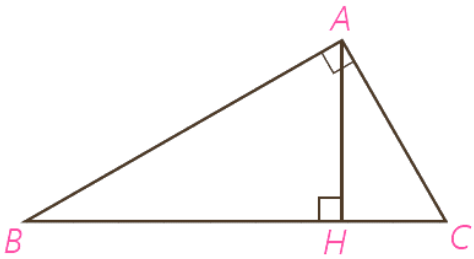
۱) $AB^2=BC.BH$

۲) $AC^2=BC.CH$

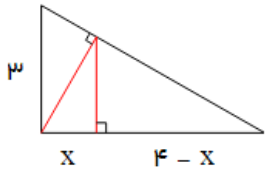
۳) $AB^2+AC^2=BC^2$

۴) $AH^2=BH.CH$

۵) $AH\times BC=AB\times AC$



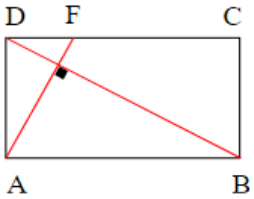
در شکل مقابل، ارتفاع هر دومثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازه‌ی $x$ کدام است؟ (سراسری ۸۹)




۱) ۱٫۹۶ ۲) ۱٫۵۶ ۳) ۱٫۶۴ ۴) ۱٫۴۴

(عهد عتیق)

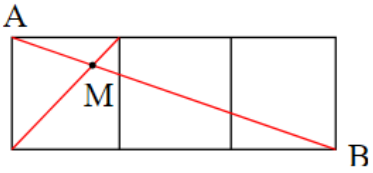
در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است. $F$ نقطه ای است روی ضلع $DC$ به طوری که $AF \perp BD$ اگر $AB = ۳AD$ باشد. $DC$ چند برابر $DF$ است؟




۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۴ ۴) ۶

سوال

در شکل مقابل سه مربع به اضلاع واحد کنار هم قرار دارند، فاصله MA چند برابر $\sqrt{۱۰}$ است؟ (سراسری ۸۳)




۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۲}{۹}$

۴) $\frac{۱}{۵}$

سوال

در مثلث $ABC$ داریم $\left(\hat{A}=۹۰^\circ,\ AB=۵,\ AC=۱۲\right)$ ارتفاع $AH$ رسم شده است. فاصله‌ی $H$ از ضلع $AC$ کدام است؟ (سنجش ۹۴)

۱) $\frac{۶۰}{۱۳}$

۲) $\frac{۷۲}{۱۳}$

۳) $\frac{۶۰۰}{۱۶۹}$

۴) $\frac{۷۲۰}{۱۶۹}$

**نکته**

هرگاه دو چند ضلعی با نسبت تشابه $k$ متشابه باشند، نسبت محیط های آنها، مساوی $k$ و نسبت مساحت‌های آنها $k^2$ است.

**سوال**

محیط دو چهار ضلعی متشابه **۲۸** و **۳۵** واحد است. مساحت چهار ضلعی کوچکتر **۳۲** واحد است. مساحت چهار ضلعی بزرگتر کدام است؟ (سنجش ۹۴)

۱) ۴۵ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

# فصل سوم هندسه ۱

# چندضلعـــــــی ها

# چندضلعی ها و ویژگی هایی از آنها

چه تعداد از موارد زیر، همواره صحیح است؟ (قلم چی ۹۸)

الف) متوازی‌الاضلاع، چهارضلعی‌ای است که دو ضلع مقابل آن هم‌اندازه و موازی هستند.

ب) متوازی‌الاضلاعی که دو قطر برابر داشته باشد، مربع است.

پ) متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، لوزی است.

ت) لوزی‌ای که قطرهای آن با هم برابر باشند مربع است.

۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

در چهارضلعی $ABCD$، وسط دو ضلع غیرمجاور و وسط دو قطر آن، رأس‌های یک لوزی است. الزاماً کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی مفروض، درست است؟ (سراسری ۹۸)

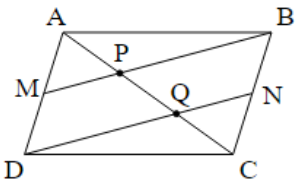
۱ دو ضلع غیرمجاور، دیگر، برابرند.

۲ .دو قطر عمود برهم‌اند.

۳ دو ضلع شامل رأس‌هاي لوزي، برابرند.

۴ دو ضلع غیرمجاور، موازي‌اند.

در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $M$ و $N$ وسط‌های اضلاع $AD$ و $BC$ می‌باشند. اگر $QN = ۳$ باشد، طول $DQ$ کدام است؟ (قلم چی ۹۸)




۱) $\frac{۹}{۲}$

۲) ۵

۳) $\frac{۱۱}{۲}$

۴) ۶

طول یک مستطیل، $\sqrt{۳}$ برابر عرض آن است. وسط‌های اضلاع این مستطیل را به‌طور متوالی به‌هم وصل می‌کنیم. بزرگ‌ترین زاویهٔ چهارضلعی حاصل چند درجه است؟ (قلم چی ۹۹)

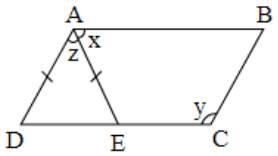
۱) ۶۰

۲) ۹۰

۳) ۱۲۰

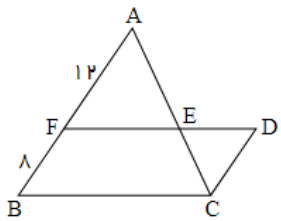
۴) ۱۵۰

در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. اگر $AD = AE$ و $y + z = ۱۲۰^\circ$، آن‌گاه $x$ چند درجه است؟ (قلم چی ۹۹)




۱) ۶۵
۲) ۷۰
۳) ۷۵
۴) ۸۰

در شکل زیر، چهارضلعی $FDCB$ متوازی‌الاضلاع است. نقطهٔ $E$، ضلع $FD$ را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟ (قلم چی ۹۸)




۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۵}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۳}$

نکته

در هر $n$ ضلعی تعداد قطرها $\frac{n(n-۳)}{۲}$ است.

سوال

اگر تعداد قطرهای یک $(n+۲)$ ضلعی محدب، ۱۱ واحد بیشتر از تعداد قطرهای یک $n$ ضلعی محدب باشد، آنگاه مقدار $n$ کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

در یک دایره به شعاع **۷** واحد یک ده ضلعی منتظم محاط شده است. چند قطر این ده ضلعی کمتر از **۱۴** واحد است؟ (سنجش ۹۴)

۱) ۲۵ ۲) ۲۷ ۳) ۳۰ ۴) ۳۲

نکته

اگر در مثلثی اندازهٔ میانهٔ وارد بر یک ضلع، نصف اندازهٔ آن ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.

نکته

سه میانهٔ هر مثلث در نقطه‌ای درون آن مثلث همرس‌اند؛ به طوری که فاصلهٔ این نقطه تا وسط هر ضلع برابر $\frac{۱}{۳}$ اندازهٔ میانه نظیر این ضلع است، و فاصله‌اش تا هر رأس $\frac{۲}{۳}$ اندازهٔ میانه نظیر آن رأس است.

سوال

در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$ ، اندازهٔ یکی از زاویه‌های حاده، سه برابر اندازهٔ زاویهٔ حادهٔ دیگر است. اگر طول ارتفاع وارد بر وتر برابر **۲** باشد، طول وتر کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

۱) ۴ ۲) $۴\sqrt{۲}$ ۳) ۸ ۴) $۸\sqrt{۲}$

سوال

در مثلث $ABC$، زاویهٔ $A$ قائمه و $AM$ میانه است. اگر $A\hat{M}B = ۷۰^\circ$، آن‌گاه اندازهٔ زاویهٔ $\hat{C}$ کدام است؟ (قلم چی ۹۹)

۱) $۳۵^\circ$ ۲) $۳۰^\circ$ ۳) $۲۵^\circ$ ۴) $۴۰^\circ$

سوال

در مثلث $ABC$ ، $AB = ۴$ و $AC = ۲\sqrt{۲}$ است. اگر محل تلاقی عمودمنصف های این دو ضلع به روی ضلع $BC$ قرار داشته باشد، آنگاه فاصلهٔ نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها تا نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث $ABC$ کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

۱ $\sqrt{۲}$ ۲ $\sqrt{۳}$ ۳ ۲ ۴ $\sqrt{۶}$

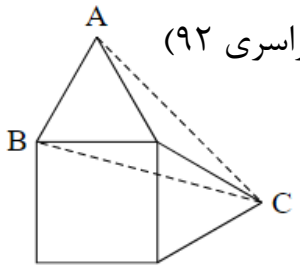
سوال

در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائم ۳ و ۴، فاصلهٔ نقطهٔ همرسی میانه‌ها تا وسط وتر کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

۱ $\frac{۴}{۵}$ ۲ $\frac{۵}{۶}$ ۳ $\frac{۵}{۴}$ ۴ $\frac{۶}{۵}$

# مساحت و کاربردهای آن

در خارج یک مربع به ضلع ۲ واحد بر روی هر دو ضلع مجاور آن، مثلث متساوی الاضلاع ساخته شده است، مساحت مثلث $ABC$ کدام است؟ (سراسری ۹۲)



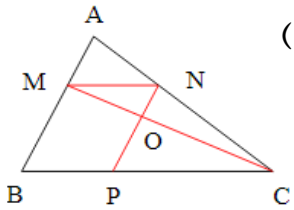

۱) ۴

۲) $۲\sqrt{۳}$

۳) $۲+\sqrt{۳}$

۴) $۱+\sqrt{۳}$

در شکل مقابل $\frac{MA}{MB}=\frac{۳}{۷}$ و چهار ضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است. مساحت مثلث $OMN$ چند درصد مساحت مثلث $AMN$ است؟ (سراسری ۹۰)




۱) ۶۳

۲) ۶۰

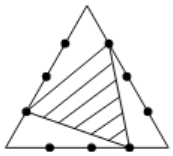
۳) ۷۰

۴) ۸۴

در ذوزنقه‌ای با طول قاعده‌های ۸ و ۱۲ و ارتفاع ۱۰ واحد، مساحت مثلث محدود به دو قطر و یک ساق آن، چند واحد مربع است؟ (سراسری ۹۵)

۱) ۱۸
۲) ۲۰
۳) ۲۴
۴) ۲۸

هر ضلع مثلث متساوی الاضلاع به نسبت های ۱ و ۳ تقسیم شده است، مساحت مثلث سایه زده چند برابر مساحت مثلث متساوی الاضلاع است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۷}{۱۶}$
۴) $\frac{۵}{۸}$

(سراسری خارج ۸۸)

مساحت یک مثلث قائم‌الزویه برابر با مساحت مربعی است که بر روی ضلع کوچک‌تر آن ساخته می‌شود. اندازه‌ی میانه‌ی وارد بر ضلع متوسط، چند برابر ضلع متوسط این مثلث است؟ (سراسری خارج ۹۲)

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۳}$

طول یک مستطیل ۲ واحد کمتر از ۱٫۵ برابر عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۱۹۲ واحد مربع باشد، محیط آن کدام است؟ (سراسری خارج ۹۹)

۱) ۵۲ ۲) ۵۶ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

اندازهٔ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، به‌صورت $x+1$ ، $2x+1$ و $2x+3$ است. مساحت مثلث، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

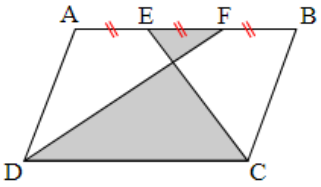
۱) ۶۰
۲) ۵۶
۳) ۴۵
۴) ۳۹

اندازهٔ قاعده‌های ذوزنقه‌ای ۵ و ۹ واحد است. پاره‌خطی موازی قاعده‌های ذوزنقه چنان رسم می‌کنیم که ذوزنقه را به دو قسمت با مساحت مساوی، تقسیم کند. اندازهٔ پاره‌خط، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

۱) ۷
۲) $\sqrt{53}$
۳) $4\sqrt{3}$
۴) $\sqrt{57}$

سوال

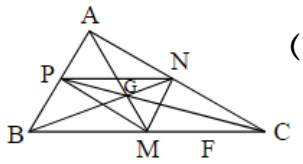
در شکل زیر، اگر مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ برابر ۱۹۲ و $AE = EF = FB$ باشد، مساحت قسمت هاشورزده کدام است؟ (قلم چی ۹۸)




۱) ۶۰
۲) ۷۶
۳) ۷۲
۴) ۸۰

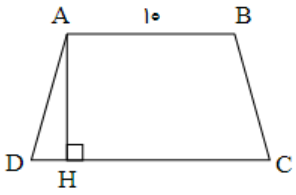
سوال

$M$، $N$ و $P$ وسط‌های اضلاع مثلث $ABC$ مطابق شکل‌اند. مساحت مثلث $NMC$، چند برابر مساحت مثلث $AGC$ است؟ (قلم چی ۹۹)




۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

در شکل زیر، مساحت ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین ۶۰ واحد مربع است. اگر طول ارتفاع $AH$ برابر ۵ باشد، طول $AC$ کدام است؟ (قلم چی ۹۸)




۱) ۱۲
۲) ۱۳
۳) ۱۲٫۵
۴) ۱۲٫۳

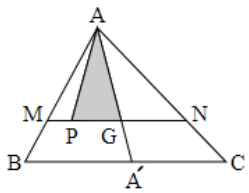
در مثلث متساوی‌الساقین $ABC$، $AB = AC = ۱۸$ و $B\hat{A}C = ۳۰^\circ$ است. اگر نقطهٔ $D$ واقع بر $BC$ به فاصلهٔ ۳ واحد از $AB$ باشد، فاصلهٔ $D$ از $AC$ کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

مساحت یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابر $\sqrt{۳}$ است. مجموع فاصله‌های نقطهٔ دلخواهی درون این مثلث از اضلاع مثلث کدام است؟ (قلم چی ۹۷)

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۳

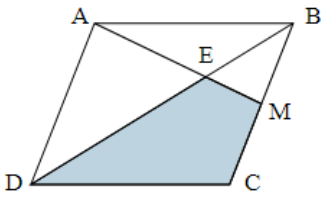
در شکل زیر نقطهٔ $G$ محل همرسی میانه‌های مثلث $ABC$، $MN||BC$ و $GP = ۳MP$ است. مساحت مثلث هاشورخورده چه کسری از مساحت مثلث $ABC$ است؟ (قلم چی ۹۹)




۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

سوال

در شکل زیر، اگر نقطهٔ $M$ وسط ضلع $BC$ و مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ برابر ۳۰ باشد، آنگاه مساحت ناحیهٔ هاشورخورده کدام است؟ (قلم چی ۹۸)




۱) ۱۰
۲) ۱۱٫۲۵
۳) ۱۲
۴) ۱۲٫۵

سوال

در مثلث $ABC$، دو میانهٔ $AM$ و $BN$ بر هم عمود هستند و طول آن‌ها به‌ترتیب برابر ۶ و ۹ می‌باشد. طول میانهٔ سوم مثلث کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

۱) $۶\sqrt{۲}$
۲) $۹\sqrt{۳}$
۳) $۳\sqrt{۱۵}$
۴) $۳\sqrt{۱۳}$

سوال

از مثلث $ABC$، دو میانهٔ $AM = ۹$ و $BM' = ۱۲$ معلوم‌اند. طول ضلع $BC$ کدام می‌تواند باشد؟ (قلم چی ۹۹)

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۲۲

سوال

مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین $ABC (\hat{A} = ۹۰^\circ)$، با طول ساق ۴ مفروض است. از نقطهٔ $M$ روی وتر $BC$، عمودهایی بر دو ساق مثلث رسم می‌کنیم. اگر قدرمطلق تفاضل طول دو عمود رسم شده برابر ۲ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ $M$ از رأس $A$ کدام است؟ (قلم چی ۹۸)

۱) $\sqrt{۶}$ ۲) $\sqrt{۵}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{۱۰}$

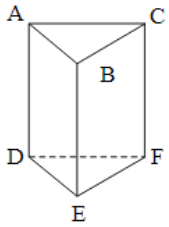
# فصل چهارم هندسه ۱

# تجسم فضایی

# خط و نقطه و صفحه

سوال

شکل زیر یک منشور قائم با قاعده‌ی مثلث را نشان می‌دهد. چه تعداد از جمله‌های زیر درست‌اند؟




(آزمون آزمایشی)

الف) $BC$ و $DF$ متنافرند.

ب) $AB$ و $EF$ موازی‌اند.

ج) صفحه‌ی $ABC$ و صفحه‌ی $BCFE$ با هم موازی‌اند.

د) سه جفت خط $AB$، $AD$ و $DE$ دوبه‌دو متقاطع‌اند.

۱ ۲ ۳ ۴

۱ ۲ ۳ ۴

سوال

کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟ (آزمون آزمایشی)

۱ اگر خطی یکی از دو خط موازی را در فضا قطع کند، لزوماً دیگری را نیز قطع می‌کند.

۲ اگر خطی با یکی از دو خط متنافر موازی باشد، لزوماً با خط دیگر متنافر است.

۳ از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه مفروض عمود رسم کرد.

۴ از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با خط مفروض می‌توان رسم کرد.

سوال

کدام قضیه دوشرطی نمی‌باشد؟ (آزمون آزمایشی)

۱ اگر دو صفحهٔ متقاطع $P_1$ و $P_2$ بر صفحهٔ $Q$ عمود باشند، آن‌گاه فصل مشترک $P_1$ و $P_2$ بر $Q$ عمود است.

۲ دو صفحهٔ عمود بر هم $P$ و $Q$ مفروض‌اند. اگر خط $d$ بر $P$ عمود باشد، آن‌گاه $d||Q$ یا $d \in Q$.

۳ خط $d_1$ عمود بر صفحهٔ $P$ مفروض است. اگر $d_2$ بر $P$ عمود باشد، آن‌گاه $d_1||d_2$.

۴ اگر خط $d$ در نقطهٔ $A$ بر صفحهٔ $P$ عمود باشد، آن‌گاه $d$ بر تمام خطوط صفحهٔ $P$ که از $A$ می‌گذرند، عمود است.

سوال

خط $d$ و صفحهٔ $P$ و نقطهٔ $A$ در خارج آن دو مفروض است. در رسم خطی گذرا از نقطهٔ $A$، موازی صفحهٔ $P$ و متقاطع با خط $d$، در کدام وضعیت، خط و صفحه مفروض، تنها یک جواب دارد؟ (سراسری خارج ۹۸)

۱ الزاماً عمود ۲ منطبق ۳ موازي ۴ متقاطع

سوال

نقطهٔ $A$ و خط $d$ و صفحهٔ $P$ مفروض‌اند. در رسم صفحه‌ای گذرا از نقطهٔ $A$، موازی خط $d$ و عمود بر صفحهٔ $P$، در کدام حالت، تعداد جواب‌ها، بی‌شمار است؟ (سراسری ۹۸)

۱) $d \cap P = d$

۲) $d \cap P \neq \phi$

۳) $d \| P$

۴) $d \perp P$

سوال

دو خط متنافر $d$ و $d'$ با صفحهٔ $P$ متقاطع هستند. چند خط یافت می‌شود که این دو خط را قطع کند و با صفحهٔ $P$ موازی باشد؟ (آزمون آزمایشی)

۱) بی‌شمار ۲) یک ۳) دو ۴) هیچ

چند صفحه می‌توان بر صفحه‌ی دلخواه $P$ عمود رسم کرد به طوری که از دو نقطه‌ی دلخواه $A$ و $B$ عبور کند؟ (آزمون آزمایشی)

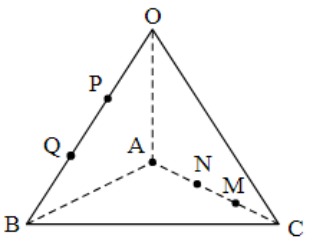
۱ صفر

۲ فقط یک

۳ بی‌شمار

۴ یک یا بی شمار

هرم مثلث‌القاعدهٔ شکل زیر مفروض است. نقاط متمایز $M$ و $N$ روی یال $AC$ و همچنین نقاط متمایز $P$ و $Q$ روی یال $OB$ انتخاب شده‌اند. وضعیت خطوط $MP$ و $QN$ نسبت به هم چگونه است؟ (آزمون آزمایشی)




۱ فقط متقاطع

۲ فقط متنافر

۳ موازی

۴ متقاطع یا متنافر

سوال

دو صفحهٔ $P_1$ و $P_2$ بر هم عمودند. خط $L_1$ با $P_1$ عمود و خط $L_2$ بر $P_2$ موازی است. خطوط $L_1$ و $L_2$ کدام وضعیت را نمی‌توانند داشته باشند؟ (آزمون آزمایشی)

۱ موازی

۲ متقاطع

۳ متنافر

۴ هر سه حالت امکان‌پذیر است.

سوال

نقطه‌ی $A$ خارج از صفحه‌ی $P$ قرار دارد. از این نقطه به ترتیب از راست به چپ، چند خط و چند صفحه می‌توان عمود بر صفحه‌ی $P$ رسم کرد؟ (آزمون آزمایشی)

۱ یک – بی شمار

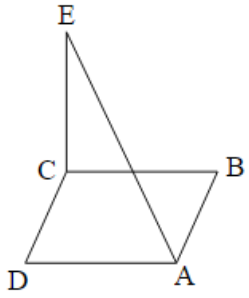
۲ یک – یک

۳ بی‌شمار – یک

۴ بی‌شمار – بی شمار

سوال

پاره‌خط $EC$ به طول ۶ بر صفحه‌ی مربع $ABCD$ عمود است. اگر $AB = ۴$، آن گاه طول $EA$، کدام است؟ (آزمون آزمایشی)




۱) $۲\sqrt{۱۷}$

۲) $۲\sqrt{۱۳}$

۳) $۲\sqrt{۷}$

۴) $۴\sqrt{۷}$

سوال

دو صفحه‌ی $P$ و $Q$ متقاطع‌اند و خط $\Delta$ با این دو صفحه اشتراک ندارد. می‌خواهیم خطی بر $\Delta$ عمود کنیم که با فصل مشترک صفحات $P$ و $Q$ موازی باشد، مسئله چند جواب دارد؟ (آزمون آزمایشی)

۱) فاقد جواب

۲) الزاماً یک جواب

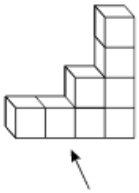
۳) بی‌شمار جواب

۴) دو جواب

# تفکر تجسمی

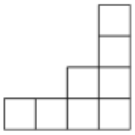
سوال

باتوجه به شکل زیر، کدام گزینه درست است؟ (آزمون آزمایشی)

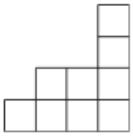


۱ نمای چپ شکل –

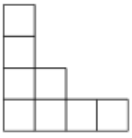
۲ نمای چپ شکل –



۳ نمای روبه‌روی شکل –

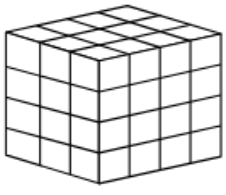


۴ نمای روبه‌روی شکل –

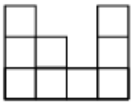


سوال

تفاضل حداقل و حداکثر تعداد مکعب‌هایی که باید برداشته شود تا نمای بالای شکل $A$ به‌صورت شکل $B$ باشد، کدام است؟ (آزمون آزمایشی)



A



B

۱ ۲۷

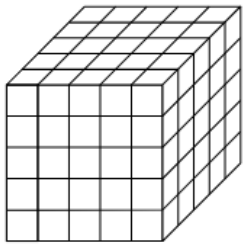
۲ ۲۱

۳ ۱۸

۴ ۱۲

سوال

تمام وجه‌های مکعب زیرا رنگ‌آمیزی می‌کنیم، نسبت تعداد مکعب‌های کوچکی که دو وجه رنگ شده دارند و به مکعب‌های کوچکی که فقط یک وجه رنگ شده دارند، کدام است؟ (آزمون آزمایشی)



۱) $\frac{۲}{۳}$

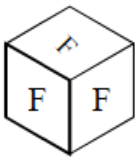
۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۴}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

سوال

روی تمام وجه‌های تعدادی مکعب، حرف $F$ را نوشته و ۹ تا از آن‌ها به‌صورت ستونی روی هم قرار می‌دهیم. چند حرف $F$ دیده می‌شود؟ (اولین مکعب روی زمین قرار می گیرد.) (آزمون آزمایشی)



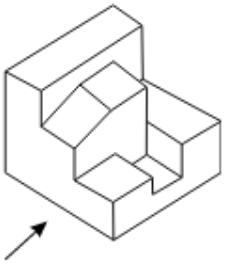

۱) ۳۸

۲) ۳۹

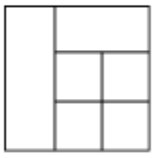
۳) ۳۶

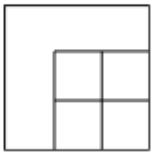
۴) ۳۷

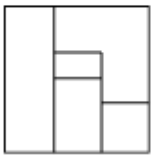
تصویر جسم مقابل از نمای بالا چگونه است؟ (آزمون آزمایشی)



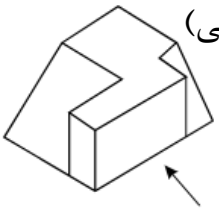
۱

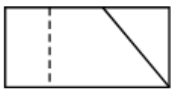
۲ 

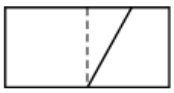
۳ 

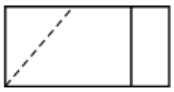
۴ 

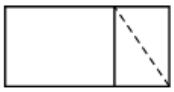
نمای روبه‌روی درست در شکل مقابل کدام است؟ (آزمون آزمایشی)



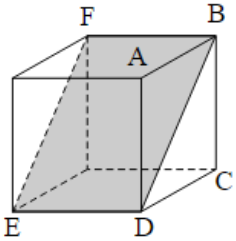
۱ 

۲ 

۳ 

۴ 

در مکعب شکل مقابل، زاویه‌ی صفحه‌ی قطری سایه زده با صفحه‌ی وجه $ABCD$، چند درجه است؟ (سراسری ۸۷)




۱) ۳۰
۲) $45^\circ$
۳) $60^\circ$
۴) $90^\circ$

در یک مکعب انتهای یال گذرا بر یک راس، راس های مثلثی هستند.مثلث حاصل کدام نوع است؟ (سنجش ۹۴)

۱) قائم الزاویه
۲) متساوی الاضلاع
۳) متساوی الساقین
۴) قائم الزاویه و متساوی الساقین

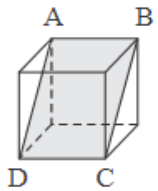
سوال

سه رأس A و B و C از مکعبی را چنان انتخاب می کنیم که هر دو رأس آن از یک یال نباشد مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت یک وجه مکعب است؟ (سراسری ۸۲)

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

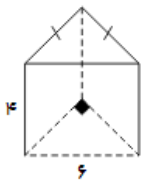
سوال

در مکعب شکل مقابل مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر $۳\sqrt{۲}$ است. سطح کل مکعب چند سانتی متر مربع است؟ (سراسری ۸۰)




۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

در شکل زیر، مستطیلی به ابعاد **۴** و **۶**، یکی از وجه‌های منشوری است که قاعده‌های آن مثلث‌های قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین هستند. مساحت سطح مقطع صفحهٔ شامل رأس قائمهٔ قاعدهٔ بالایی و و تر قاعدهٔ پایینی، با این منشور کدام است؟ (آزمون آزمایشی)




۱) ۱۲
۲) ۱۳
۳) ۱۴
۴) ۱۵

در یک مکعب، صفحهٔ گذرا بر یک یال و وسط یال دیگر، آن را به دو قطعهٔ نابرابر تقسیم می‌کند. نسبت حجم‌های این دو قطعه، کدام است؟ (سراسری ۹۸)

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{\sqrt{۵}}$
۴) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$

در مکعب مفروض، صفحه‌ای بر یک یال و وسط یال دیگر گذشته است. مساحت مقطع حاصل، چند برابر، مساحت یکی از وجوه مکعب است؟ (سراسری خارج ۹۸)

۱) $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$

۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\sqrt{۲}$

دو کره به شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، که مرکزهای آن‌ها با یکدیگر ۵ واحد فاصله دارند، متقاطع‌اند. مساحت مکان هندسی نقاط مشترک این دو کره، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۹)

۱) $۳/۲۴\pi$

۲) $۴/۴۱\pi$

۳) $۴/۸\pi$

۴) $۵/۷۶\pi$

(آزمون آزمایشی)

دو کره به شعاع‌های یکسان متقاطع‌اند به‌طوری‌که فاصله‌ی مراکز آن‌ها، $\sqrt{۳}$ برابر شعاع یکی از کره‌هاست، مساحت مقطع برخورد دو کره، چند برابر مساحت یکی از کره‌هاست؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

یک مثلث قائم‌الزاویه را حول یکی از ضلع‌های قائمه‌اش دوران می‌دهیم. سطح مقطع حاصل از برخورد شکل حاصل با صفحهٔ $P$ کدام‌یک از موارد زیر نمی‌تواند باشد؟

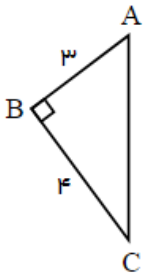
(آزمون آزمایشی)

۱) بیضی ۲) سهمی

۳) دایره ۴) مستطیل

سوال

مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC\ (\hat{B} = ۹۰^\circ)$ را ۳۶۰ درجه حول بزرگ‌ترین ضلع آن دوران می‌دهیم. حجم شکل فضایی حاصل کدام است؟ (آزمون آزمایشی)



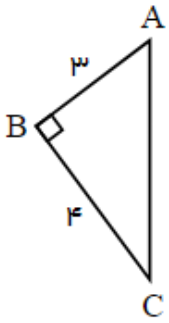

۱) $\frac{۴۸\pi}{۵}$

۲) $\frac{۱۴۴\pi}{۵}$

۳) $\frac{۴۸\pi}{۲۵}$

۴) $\frac{۱۴۴\pi}{۲۵}$

مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC\ (\hat{B} = ۹۰^\circ)$ را ۳۶۰ درجه حول بزرگ‌ترین ضلع آن دوران می‌دهیم. حجم شکل فضایی حاصل کدام است؟




۱) $\frac{۴۸\pi}{۵}$

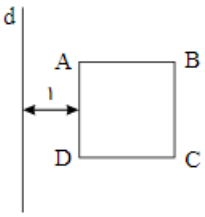
۲) $\frac{۱۴۴\pi}{۵}$

۳) $\frac{۴۸\pi}{۲۵}$

۴) $\frac{۱۴۴\pi}{۲۵}$

سامانه امکان؛ آموزش مجازی کنکور
www.Emkan.app

در شکل زیر مربع $ABCD$ را حول خط $d$ دوران می‌دهیم. اگر مساحت سطح مقطع صفحهٔ گذرا بر خط $d$ با شکل حاصل برابر ۱۸ باشد، آن‌گاه مساحت سطح مقطع صفحهٔ عمود بر خط $d$ با شکل حاصل کدام است؟ (این صفحه از شکل حاصل می‌گذرد.) (آزمون آزمایشی)

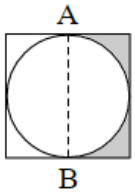



۱) $۸\pi$ ۲) $۹\pi$ ۳) $۱۵\pi$ ۴) $۱۶\pi$

(آزمون آزمایشی)

مطابق شکل، دایره‌ای بر چهار ضلع یک مربع به طول ضلع ۲ واحد مماس شده است.

حجم حاصل از دوران هر دو سطح سایه زده شده حول $AB$ چند واحد مکعب است؟




۱) $\pi$ ۲) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۲}$

سامانه امکان
اولین سامانه
آموزش مجازی
کنکور در کشور

پایه یازدهم

# هندسه ۲

مخصوص رشته ریاضی فیزیک

مولف : بهزاد محرمی

این مجموعه همراه تدریس ویدیویی دوره آموزشی سامانه امکان می باشد و به تنهایی قابل استفاده و بهینه نمی باشد

# فصل اول هندسه ۳

# ماتریس و کاربردها

سوال

دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} ۴ & -۱ & ۲ \\ ۵ & ۰ & ۳ \\ ۱ & ۶ & -۲ \end{bmatrix}$ ، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۸)

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۲۲ ۴) ۲۵

سوال

حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} ۱+x & x & y+z \\ ۱ & y & z+x \\ ۱ & z & x+y \end{vmatrix}$ ، با شرط $y = x + z$ کدام است؟ (سراسری ۸۸)

۱) $۲x(x+z)$ ۲) $x(x+z)$ ۳) $x^۲(x+z)$ ۴) $۲x^۲(x+z)$

سوال

اگر $A$ ماتریس $3 \times 3$ باشد و $|A| = 4$، آنگاه دترمینان ماتریس $|A| \cdot A$، کدام است؟ (سراسری ۹۸)

۱) ۶۴ ۲) ۹۶ ۳) ۱۲۸ ۴) ۲۵۶

سوال

اگر به هر درایه واقع در سطر دوم دترمینان $\begin{vmatrix} a & 2 & 3 \\ 7 & -2 & 4 \\ 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ یک واحد افزوده شود، به مقدار دترمینان ۶ واحد اضافه می‌شود. $a$ کدام است؟ (سراسری خارج ۸۹)

۱) $-1$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

در ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ اگر $a_{ij}=\begin{cases}۲ & i\neq j\\ ۱ & i=j\end{cases}$ باشد، ماتریس $A^۲-۴A$ برابر کدام است؟ (سراسری خارج ۹۴)

۱) $۳A^t$ ۲) $۵A^t$ ۳) $۳I$ ۴) $۵I$

در ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۱\\ -۱ & ۱ & -۱\\ ۱ & -۱ & ۱\end{bmatrix}$ حاصل جمع درایه‌ها در ماتریس $A^۴$ کدام است؟ (عهد عتیق)

۱) ۸۱ ۲) ۲۷ ۳) ۲۴۳ ۴) ۹

## سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۳ & ۴ \\ ۲ & -۳ & ۴ \\ ۰ & -۱ & ۱ \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس $A^۴$، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۹)

۱) $\begin{bmatrix} ۰ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۰ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & ۱ \end{bmatrix}$

## سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix}$ ماتریس $A^۷ - A^۶$ کدام است؟ (سراسری ۸۳)

۱) $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۳ & -۳ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۳ & -۳ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۲ & -۳ \end{bmatrix}$

اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۶ & ۲۴ \\ \frac{۱}{۳} & ۱ & ۲ & ۸ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۶} & \frac{۱}{۲} & ۱ & ۴ \\ \frac{۱}{۲۴} & \frac{۱}{۸} & \frac{۱}{۴} & ۱ \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $C^۲$، کدام است؟ (سراسری ۹۷)

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

(عهد عتیق)

معادله $\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & x^2 & x \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$ چند ریشه دارد؟

۱) بي شمار ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

جواب‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -4 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 3-x & 2 & 3 \end{vmatrix} = 0$، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

۱) $1, -4$ ۲) $1, 4$ ۳) $1, 5$ ۴) $2, 5$

جواب‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۲-x & ۱ \\ ۳ & ۲ & ۳-x \end{vmatrix} = ۰$، کدام است؟

۱) $۱, -۴$ ۲) $۱, ۴$ ۳) $۱, ۵$ ۴) $۲, ۵$

(عهد عتیق)

سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ باشد مجموع درایه‌های ماتریس $A + A^۲ + A^۳ + A^۴ + A^۵$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) ۲

سوال

اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ و $P=\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $(P^{-۱}AP)^{۲}$ برابر کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۰ & ۳۶\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۹\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}۹ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}۳۶ & ۰\\ ۰ & ۴\end{bmatrix}$

سوال

اگر ماتریس $A$ وارون‌پذیر و $A^{-۱}=A$ باشد، ماتریس $(A+A^{-۱})^{۲}$ برابر کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $I$

۲) $۲I$

۳) $۳I$

۴) $۴I$

سوال

اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix}$، $A^۲ = \alpha A + \beta I_۲$ دوتایی $(\alpha, \beta)$ کدام است؟ (سراسری ۸۴)

۱ $(۲, ۱۱)$ ۲ $(۲, ۱۳)$ ۳ $(۴, ۱۱)$ ۴ $(۴, ۱۳)$

سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}$، از رابطهٔ ماتریسی $AX = A - ۲I$، ماتریس $X$، کدام است؟ (سراسری ۹۸)

۱ $\begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}$ ۲ $\begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix}$

۳ $\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ ۲ & ۴ \end{bmatrix}$ ۴ $\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix}$

اگر $A = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}$، آنگاه مجموع مجهولات دستگاه $AX = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ چند برابر مجموع مجهولات دستگاه $AX' = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$ است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۳ ۲) ۳٫۵ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

# بحث در جوابهای دستگاه دو معادله دو مجهول

دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم:

الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ دستگاه جواب منحصربفرد دارد.

ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ دستگاه جواب ندارد. $\left( |A| \overset{\text{دترمینان ماتریس}}{\underset{\text{ضرایب}}{=\!=\!=}} 0 \right)$

ج) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد. $\left( |A| \overset{\text{دترمینان ماتریس}}{\underset{\text{ضرایب}}{=\!=\!=}} 0 \right)$

سوال

اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax - ۳y = ۱ \\ ۲۰x + by = ۵ \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، کدام دستگاه معادلات، جواب منحصربه‌فرد دارد؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $\begin{cases} ۱۵x - ۴y = ۱ \\ bx + ay = ۳ \end{cases}$

۲) $\begin{cases} ax - ۱۵y = ۱ \\ ۴x + by = ۵ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} ax + ۱۵y = ۵ \\ bx + ay = ۳ \end{cases}$

۴) $\begin{cases} ax + by = ۲ \\ ۳ax + ۳by = ۵ \end{cases}$

سوال

در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = ۱ \\ cx + dy = -۱ \end{cases}$، رابطهٔ $ad - bc = ۱$ برقرار است. مقدار $x$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $a + c$

۲) $-c - a$

۳) $b - d$

۴) $b + d$

(سراسری خارج ۹۹)

فرض کنید $A = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۴} & \frac{۱}{۲} \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و ماتریس $X$، جواب معادلهٔ $AX = A^{-۱}$، باشد. ماتریس $X$، کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} -۳۲ & ۱۴ \\ ۴۸ & -۲۵ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۳۲ & -۱۴ \\ -۵۶ & ۲۵ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۸ & ۲۱ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۵ & ۱۴ \end{bmatrix}$

فرض کنید $A = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۴} & \frac{۱}{۲} \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و ماتریس $X$، جواب معادلهٔ $AX = A^{-۱}$، باشد. ماتریس $X$، کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} -۳۲ & ۱۴ \\ ۴۸ & -۲۵ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۳۲ & -۱۴ \\ -۵۶ & ۲۵ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۸ & ۲۱ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۵ & ۱۴ \end{bmatrix}$

سوال

از رابطهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix} x & ۲x & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۳ & -۱ & ۱ \\ ۴ & ۰ & -۲ \\ ۱ & ۲ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ ۲x \\ -۱ \end{bmatrix} = ۰$، عدد $x$ غیرصفر، کدام است؟ (سراسری ۹۸)

۱) $\frac{۲}{۹}$

۲) $\frac{۳}{۸}$

۳) $\frac{۴}{۹}$

۴) $\frac{۳}{۵}$

سوال

به ازای کدام مقدار $x$ و $y$ ماتریس $\begin{bmatrix} x & -۱ & ۴ \\ ۲ & ۳ & ۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ ۱ & ۰ \\ y & ۱ \end{bmatrix}$، یک ماتریس قطری است؟ (سراسری خارج ۹۸)

۱) $x = ۱ ,\ y = -۷$

۲) $x = ۲ ,\ y = -۷$

۳) $x = ۲ ,\ y = -۵$

۴) $x = ۱ ,\ y = -۵$

سامانه امکان
اولین سامانه
آموزش مجازی
کنکور در کشور

پایه دوازدهم

# هندسه ۳

مخصوص رشته ریاضی فیزیک

مولف : بهزاد محرمی

این مجموعه همراه تدریس ویدیویی دوره آموزشی سامانه امکان می باشد و به تنهایی قابل استفاده و بهینه نمی باشد

# فصل اول هندسه ۳

# ماتریس و کاربردها

سوال

دترمینان ماتریس $\begin{bmatrix} ۴ & -۱ & ۲ \\ ۵ & ۰ & ۳ \\ ۱ & ۶ & -۲ \end{bmatrix}$ ، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۸)

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۲۲ ۴) ۲۵

سوال

حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} ۱+x & x & y+z \\ ۱ & y & z+x \\ ۱ & z & x+y \end{vmatrix}$ ، با شرط $y = x + z$ کدام است؟ (سراسری ۸۸)

۱) $۲x(x+z)$ ۲) $x(x+z)$ ۳) $x^۲(x+z)$ ۴) $۲x^۲(x+z)$

سوال

اگر $A$ ماتریس $3 \times 3$ باشد و $|A| = 4$، آنگاه دترمینان ماتریس $|A| \cdot A$، کدام است؟ (سراسری ۹۸)

۱) ۶۴ ۲) ۹۶ ۳) ۱۲۸ ۴) ۲۵۶

سوال

اگر به هر درایه واقع در سطر دوم دترمینان $\begin{vmatrix} a & 2 & 3 \\ 7 & -2 & 4 \\ 6 & 5 & 0 \end{vmatrix}$ یک واحد افزوده شود، به مقدار دترمینان ۶ واحد اضافه می‌شود. $a$ کدام است؟ (سراسری خارج ۸۹)

۱) $-1$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

در ماتریس $A=[a_{ij}]_{۳\times ۳}$ اگر $a_{ij}=\begin{cases}۲ & i\neq j\\ ۱ & i=j\end{cases}$ باشد، ماتریس $A^۲-۴A$ برابر کدام است؟ (سراسری خارج ۹۴)

۱) $۳A^t$ ۲) $۵A^t$ ۳) $۳I$ ۴) $۵I$

در ماتریس $A=\begin{bmatrix}۱ & -۱ & ۱\\ -۱ & ۱ & -۱\\ ۱ & -۱ & ۱\end{bmatrix}$ حاصل جمع درایه‌ها در ماتریس $A^۴$ کدام است؟ (عهد عتیق)

۱) ۸۱ ۲) ۲۷ ۳) ۲۴۳ ۴) ۹

(سراسری خارج ۹۹)

اگر $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۳ & ۴ \\ ۲ & -۳ & ۴ \\ ۰ & -۱ & ۱ \end{bmatrix}$ باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس $A^۴$، کدام است؟

۱) $[۰ \quad ۱ \quad ۰]$

۲) $[۱ \quad ۰ \quad ۰]$

۳) $[۰ \quad ۰ \quad ۱]$

۴) $[۱ \quad ۰ \quad ۱]$

اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix}$ ماتریس $A^۷ - A^۶$ کدام است؟ (سراسری ۸۳)

۱) $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۳ & -۳ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۳ & -۳ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ -۲ & -۳ \end{bmatrix}$

اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۳ & ۶ & ۲۴ \\ \frac{۱}{۳} & ۱ & ۲ & ۸ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} \frac{۱}{۶} & \frac{۱}{۲} & ۱ & ۴ \\ \frac{۱}{۲۴} & \frac{۱}{۸} & \frac{۱}{۴} & ۱ \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$ باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $C^۲$، کدام است؟ (سراسری ۹۷)

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

(عهد عتیق)

معادله $\begin{vmatrix} ۱ & x & x^۲ \\ ۱ & x^۲ & x \\ ۱ & ۰ & ۰ \end{vmatrix} =$ ۰ چند ریشه دارد؟

۱) بي شمار ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

جواب‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix} ۱ & ۱ & -۴ \\ ۱ & ۲-x & ۱ \\ ۳-x & ۲ & ۳ \end{vmatrix} =$ ۰، کدام است؟ (سراسری ۹۹)

۱) $۱, -۴$ ۲) $۱, ۴$ ۳) $۱, ۵$ ۴) $۲, ۵$

جواب‌های معادلهٔ $\begin{vmatrix} ۱ & ۱ & ۱ \\ ۱ & ۲-x & ۱ \\ ۳ & ۲ & ۳-x \end{vmatrix} = ۰$، کدام است؟

۱) $۱, -۴$ ۲) $۱, ۴$ ۳) $۱, ۵$ ۴) $۲, ۵$

(عهد عتیق)

سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ باشد مجموع درایه‌های ماتریس $A + A^۲ + A^۳ + A^۴ + A^۵$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۵ ۴) ۲

سوال

اگر $A=\begin{bmatrix}۱ & ۲\\ ۲ & ۱\end{bmatrix}$ و $P=\begin{bmatrix}۱ & -۱\\ ۱ & ۱\end{bmatrix}$ باشد، ماتریس $(P^{-۱}AP)^{۲}$ برابر کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $\begin{bmatrix}۴ & ۰\\ ۰ & ۳۶\end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۹\end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix}۹ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix}۳۶ & ۰\\ ۰ & ۴\end{bmatrix}$

سوال

اگر ماتریس $A$ وارون‌پذیر و $A^{-۱}=A$ باشد، ماتریس $(A+A^{-۱})^{۲}$ برابر کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $I$

۲) $۲I$

۳) $۳I$

۴) $۴I$

سوال

اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ ۴ & ۵ \end{bmatrix}$، $A^۲ = \alpha A + \beta I_۲$ دوتایی $(\alpha, \beta)$ کدام است؟ (سراسری ۸۴)

۱ $(۲, ۱۱)$ ۲ $(۲, ۱۳)$ ۳ $(۴, ۱۱)$ ۴ $(۴, ۱۳)$

سوال

اگر $A = \begin{bmatrix} ۱ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix}$، از رابطهٔ ماتریسی $AX = A - ۲I$، ماتریس $X$، کدام است؟ (سراسری ۹۸)

۱ $\begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ -۱ & ۳ \end{bmatrix}$ ۲ $\begin{bmatrix} ۱ & -۲ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix}$

۳ $\begin{bmatrix} -۱ & ۲ \\ ۲ & ۴ \end{bmatrix}$ ۴ $\begin{bmatrix} ۲ & ۱ \\ -۱ & ۴ \end{bmatrix}$

اگر $A = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}$، آنگاه مجموع مجهولات دستگاه $AX = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ چند برابر مجموع مجهولات دستگاه $AX' = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$ است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۳ ۲) ۳٫۵ ۳) ۴ ۴) ۴٫۵

# بحث در جوابهای دستگاه دو معادله دو مجهول

دستگاه $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ را در نظر می‌گیریم:

الف) اگر $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ دستگاه جواب منحصربفرد دارد.

ب) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ دستگاه جواب ندارد. $\left( |A| \overset{\text{دترمینان ماتریس}}{\underset{\text{ضرایب}}{=\!=\!=}} 0 \right)$

ج) اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ دستگاه بی‌شمار جواب دارد. $\left( |A| \overset{\text{دترمینان ماتریس}}{\underset{\text{ضرایب}}{=\!=\!=}} 0 \right)$

سوال

اگر دستگاه معادلات $\begin{cases} ax - ۳y = ۱ \\ ۲۰x + by = ۵ \end{cases}$ بی‌شمار جواب داشته باشد، کدام دستگاه معادلات، جواب منحصربه‌فرد دارد؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $\begin{cases} ۱۵x - ۴y = ۱ \\ bx + ay = ۳ \end{cases}$

۲) $\begin{cases} ax - ۱۵y = ۱ \\ ۴x + by = ۵ \end{cases}$

۳) $\begin{cases} ax + ۱۵y = ۵ \\ bx + ay = ۳ \end{cases}$

۴) $\begin{cases} ax + by = ۲ \\ ۳ax + ۳by = ۵ \end{cases}$

سوال

در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = ۱ \\ cx + dy = -۱ \end{cases}$، رابطهٔ $ad - bc = ۱$ برقرار است. مقدار $x$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) $a + c$

۲) $-c - a$

۳) $b - d$

۴) $b + d$

(سراسری خارج ۹۹)

فرض کنید $A = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۴} & \frac{۱}{۲} \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و ماتریس $X$، جواب معادلهٔ $AX = A^{-۱}$، باشد. ماتریس $X$، کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix} -۳۲ & ۱۴ \\ ۴۸ & -۲۵ \end{bmatrix}$

۲) $\begin{bmatrix} ۳۲ & -۱۴ \\ -۵۶ & ۲۵ \end{bmatrix}$

۳) $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۸ & ۲۱ \end{bmatrix}$

۴) $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۵ & ۱۴ \end{bmatrix}$

فرض کنید $A = \begin{bmatrix} \frac{۳}{۴} & \frac{۱}{۲} \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و ماتریس $X$، جواب معادلهٔ $AX = A^{-۱}$، باشد. ماتریس $X$، کدام است؟

۱ $\begin{bmatrix} -۳۲ & ۱۴ \\ ۴۸ & -۲۵ \end{bmatrix}$

۲ $\begin{bmatrix} ۳۲ & -۱۴ \\ -۵۶ & ۲۵ \end{bmatrix}$

۳ $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۸ & ۲۱ \end{bmatrix}$

۴ $\begin{bmatrix} ۱۶ & -۷ \\ -۲۵ & ۱۴ \end{bmatrix}$

(سراسری ۹۸)

از رابطهٔ ماتریسی $\begin{bmatrix} x & ۲x & -۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۳ & -۱ & ۱ \\ ۴ & ۰ & -۲ \\ ۱ & ۲ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ ۲x \\ -۱ \end{bmatrix} = ۰$، عدد

غیرصفر $x$، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۹}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

(سراسری خارج ۹۸)

به ازای کدام مقدار $x$ و $y$ ماتریس $\begin{bmatrix} x & -۱ & ۴ \\ ۲ & ۳ & ۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۲ & -۲ \\ ۱ & ۰ \\ y & ۱ \end{bmatrix}$، یک

ماتریس قطری است؟

۱) $x = ۱ ,\ y = -۷$ ۲) $x = ۲ ,\ y = -۷$ ۳) $x = ۲ ,\ y = -۵$ ۴) $x = ۱ ,\ y = -۵$

# فصل دوم هندسه ۳

# آشنایی با مقاطع مخروطی

# مکان هندسی

سوال

مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که بر دایره ثابتی مماس بوده و از مرکز دایره بگذرد، چه شکلی است؟ (عهد عتیق)

۱ هذلولی

۲ بیضی با هذلولی

۳ بیضی

۴ دایره

سوال

مثلث قائم الزاویه‌ی $ABC$ $(\widehat{A} = ۹۰^\circ)$ در دایره‌ای محاط است، اگر ضلع $BC$ ثابت و $A$ روی محیط دایره حرکت کند، مکان هندسی نقطه $G$ مرکز ثقل مثلث کدام است؟ (عهد عتیق)

۱ دایره ای به شعاع $\frac{BC}{۶}$

۲ پاره خطی موازی $BC$

۳ دایره ای به قطر $AC$

۴ دایره ای به قطر $\frac{BC}{۶}$

مکان هندسی نقاطی که بتوان از آن‌ها مماس‌هایی به طول $L$ بر دایره رسم کرد کدام است؟ (عهد عتیق)

۱ یک خط
۲ یک دایره
۳ یک نیم خط
۴ دو خط

نقطهٔ $A$ و مربعی به ضلع ۲ واحد داخل صفحه مفروض‌اند. چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که از نقطهٔ $A$ به فاصلهٔ ۱ واحد قرار داشته باشند؟ (آزمون آزمایشی)

۱ حداکثر ۴ نقطه
۲ حداکثر ۲ نقطه
۳ دقیقاً ۲ نقطه
۴ دقیقاً ۴ نقطه

(آزمون آزمایشی)

یک رویهٔ مخروطی مفروض است. اگر صفحهٔ $P$ با مولد این رویه موازی باشد و از رأس مخروط عبور نکند، فصل مشترک این صفحه و سطح مخروطی کدام است؟

۱ سهمی
۲ بیضی
۳ هذلولی
۴ دو خط موازی

صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی هر دو نیمهٔ بالایی و پایینی آن را برش می‌دهد. فصل مشترک (مقطع) حاصل کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱ هذلولی
۲ دو خط متقاطع
۳ سهمی
۴ یک خط راست

سوال

خط $d$ و نقطهٔ $A$ واقع بر آن مفروض‌اند. مکان هندسی مراکز دایره‌هایی در صفحه که در نقطهٔ $A$ بر خط $d$ مماس هستند، کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱ دو خط عمود بر هم

۲ دو خط موازی

۳ یک خط

۴ یک دایره

سوال

صفحه‌ای بر محور یک سطح مخروطی عمود است و از رأس آن عبور نمی‌کند. فصل مشترک (مقطع) حاصل کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱ دایره

۲ بیضی

۳ هذلولی

۴ سهمی

# دایره

## معادلهٔ استاندارد دایره :

معادلهٔ دایره‌ای به مرکز $(\alpha,\beta)$ و شعاع $r$

$$\boxed{(x-\alpha)^{۲}+(y-\beta)^{۲}=r^{۲}}$$

## معادلهٔ ضمنی دایره :

$$x^{۲}+y^{۲}+ax+by+c=۰$$

$$O(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲}) \ , \ r=\frac{\sqrt{a^{۲}+b^{۲}-۴c}}{۲}$$

سوال

دو دایره از نقطه $(۲,۱)$ گذشته وبرمحورهای مختصات مماس اند، شعاع این دایره ها کدام است؟ (سراسری ۸۷)

۱) $۱,۴$ ۲) $۱,۵$ ۳) $۲,۴$ ۴) $۲,۵$

سوال

معادله دایره‌ای که مرکز آن به طول $-۱$ و بر دو خط به معادلات $y = x + ۴, y = x$ مماس باشد، کدام است؟ (سراسری ۸۹)

۱) $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۲y = ۰$ ۲) $x^۲ + y^۲ + ۲x - y = ۲$

۳) $x^۲ + y^۲ - ۲x + y = ۱$ ۴) $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۲y = ۱$

به ازای کدام مقدار $a$، دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ + ۴x = ۰$ ، $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۸y + a = ۰$، مماس خارج یکدیگرند؟ (سراسری ۹۰)

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

طول قطعه مماسی که از نقطه $A(۴, ۱)$ بر دایره‌ای به معادله‌ی $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۴y + ۳ = ۰$ رسم شود برابر کدام است؟ (سراسری ۸۴)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) $۲\sqrt{۳}$

سوال

اگر خط $x + y = m$ بر دایره به معادلهٔ $x^۲ + y^۲ = m$ مماس باشد، وضعیت نسبی این دایره و دایرهٔ $x^۲ + y^۲ - ۲x = ۰$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱ متداخل

۲ متخارج

۳ متقاطع

۴ مماس خارجی

سوال

بیشترین فاصلهٔ نقاط دو دایره به معادلات $x^۲ + y^۲ - ۲x + ۲y = ۰$ و $x^۲ + y^۲ + ۲x - ۲y = ۰$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱ $۲\sqrt{۲}$

۲ $\sqrt{۲}$

۳ $۴\sqrt{۲}$

۴ $۳\sqrt{۲}$

سطح دایره $(۲x+۲)^۲+(۲y-۴)^۲=۱۲$ در کدام نواحی محورهای مختصات قرار دارد؟ (عهد عتیق)

۱) فقط دوم
۲) اول، دوم و سوم
۳) اول و دوم
۴) هر چهار ربع

به‌ازای چند مقدار $K$ نمودار $kx^۲+\frac{y^۲}{k}=۲x+k^۲-۳$ دایره است؟ (عهد عتیق)

۱) دومقدار
۲) بي‌شمار
۳) یک مقدار
۴) صفر

(آزمون آزمایشی)

اگر نقطه‌ی $A = (۱, ۲)$ خارج دایره $C : x^۲ + y^۲ + ۲x - ۴y + m = ۰$ واقع باشد، مقادیر $m$ به کدام صورت است؟

۱) $m < -۱$

۲) $-۵ < m < -۱$

۳) $m > ۱$

۴) $۱ < m < ۵$

# بیضی و سهمی

## بیضی

طول قطر غیر کانونی در بیضی قائم گذرنده از نقطه $(۱۰, ۱)$ با کانون‌های $F(۲, ۵)$ و $F'(۲, -۳)$ کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۱۶ ۲) $۸\sqrt{۵}$ ۳) ۸ ۴) $۴\sqrt{۵}$

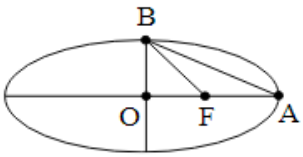
(آزمون آزمایشی)

نقاط $F$ و $F'$، کانون‌های یک بیضی و $M$ نقطه‌ای روی آن بیضی است. اگر $|MF| = ۳ + \sqrt{۳}$، $|MF'| = ۳ - \sqrt{۳}$ و $MF$ بر $MF'$ عمود باشد، خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۶}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۶}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

(آزمون آزمایشی)

در شکل مقابل، اگر خروج از مرکز بیضی برابر $\frac{۳}{۴}$ باشد، نسبت مساحت مثلث $ABF$ به مساحت مثلث $OBF$ کدام است؟ ($F$ کانون بیضی است.)




۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

(سراسری ۹۸)

در یک بیضی به اقطار $۲\sqrt{۵}$ و ۲ واحد، دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطهٔ $M$ قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل $M$ از دو کانون بیضی، کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

سوال

در یک بیضی با خروج از مرکز $\sqrt{\frac{۲}{۳}}$، دو سر قطر بزرگ از انتهای قطر کوچک، با کدام زاویه رؤیت می‌شود؟ (سراسری خارج ۹۸)

۱) $۶۰^\circ$ ۲) $۹۰^\circ$ ۳) $۱۲۰^\circ$ ۴) $۱۵۰^\circ$

سوال

به یک بیضی به قطرهای $AA' = ۱۴$ و $BB' = ۴\sqrt{۶}$ و کانون $F$ نزدیک به نقطهٔ $A$، مفروض است. خط عمود بر قطر $AA'$ از نقطهٔ $F$، دایره به قطر $AA'$ را در نقطهٔ $M$ قطع می‌کند. اندازهٔ پاره‌خط $AM$، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۹)

۱) $۷$ ۲) $۲\sqrt{۷}$ ۳) $۲\sqrt{۶}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

# سهمی

(عهد عتیق)

نیمساز

یک سهمی محور $y$ها را در دو نقطه به عرض های ۱ و ۵ قطع می‌کند، رأس آن بر روی نیسماز ناحیه‌ی اول است، فاصله‌ی کانون سهمی تا خط هادی، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

(سراسری خارج ۹۱)

سهمی به کانون $(۱, ۲)$و خط هادی به معادله‌ی $x = -۳$ محور $x$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $-\frac{۱}{۴}$

(سراسری ۹۲)

نقطه‌ی $S(۲, ۱)$ رأس یک سهمی است که محور تقارن آن موازی محور $y$ ها است. و از نقطه‌ی $(۰, ۵)$ می‌گذرد. معادله‌ی خط هادی آن، کدام است؟

۱) $y = \frac{۱}{۴}$ ۲) $y = \frac{۱}{۲}$ ۳) $y = \frac{۳}{۴}$ ۴) $y = \frac{۳}{۲}$

(سراسری ۸۳)

سهمی با کانون $F(۱, ۱)$ و خط هادی به معادله $x = ۳$ محور $y$ها را در دو نقطه $A$ و $B$ قطع می کند، فاصله $AB$ چقدر است؟

۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) $۴\sqrt{۲}$

(آزمون آزمایشی)

سوال

یک پرتو نور از کانون سهمی به معادلهٔ $y^{۲} - ۲y + ۴x = ۱۱$ بر آن می‌تابد.

اگر زاویهٔ بین پرتو تابش و بازتابش برابر $۴۵^{\circ}$ باشد، معادلهٔ پرتو تابش کدام می‌تواند باشد؟

۱) $y = -x + ۳$

۲) $y = x + ۱$

۳) $۲y = x$

۴) $۲y = -x + ۴$

سوال

عمق یک دیش مخابراتی در مرکز آن ۱۲ واحد و قطر قاعدهٔ آن ۴۸ واحد است.

فاصلهٔ کانونی این دیش مخابراتی کدام است؟ (آزمون آزمایشی)

۱) ۸

۲) ۱۲

۳) ۱۶

۴) ۲۴

# فصل سوم هندسه ۳

# بردارها

بر روی دو بردار $a = i - ۲j + k$ , $b = ۲i + ۳j - k$ متوازی الاضلاع ساخته شده است، اندازه قطر بزرگتر آن کدام است؟ (سنجش ۹۴)

۱) $\sqrt{۱۰}$ ۲) $\sqrt{۲۰}$ ۳) $\sqrt{۲۶}$ ۴) $\sqrt{۳۰}$

نقاط $A(۵, -۴, ۱)$ , $B(-۱, ۲, ۴)$ و $O(۰, ۰, ۰)$ مفروض هستند $\overrightarrow{AM} = \frac{۲}{۳}\overrightarrow{AB}$، مقدار $\left|\overrightarrow{OM}\right|$ کدام است؟ (سراسری ۹۴)

۱) $\sqrt{۱۰}$ ۲) $\sqrt{۱۱}$ ۳) $\sqrt{۱۳}$ ۴) $\sqrt{۱۴}$

(عهد عتیق)

اگر $\overrightarrow{V_۱} = ۲i + ۳j + k$ و $\overrightarrow{V_۲} = i - j + k$ حاصل کدام $\frac{\left|\overrightarrow{V}_۱ - ۲\overrightarrow{V}_۲\right|}{\left|\overrightarrow{V}_۱ + ۲\overrightarrow{V}_۲\right|}$ است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{۶}$

۳) $\frac{\sqrt{۶}}{۶}$

۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

نقطه‌ای به ارتفاع ۳ واقع بر صفحه‌ی $yz$، قرینه‌ی $A = (b, ۳, a)$ نسبت به $B = (۱, -۱, ۳)$ است. حاصل $a + b$، چند واحد از عرض این نقطه بیش‌تر است؟

(آزمون آزمایشی)

۱) $-۵$

۲) ۵

۳) ۰

۴) ۱۰

(سراسری خارج ۹۲)

بر روی دو بردار $a = ۳i + ۳j$ و $b = i - j - ۲k$ متوازی الاضلاعی ساخته شده است. کسینوس زاویه ی بین دو قطر این متوازی الاضلاع کدام می باشد؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

سامانه امکان ؛ آموزش مجازی کنکور
www.Emkan.app

دو بردار $a$ و $b$ با تصویرهای $(۲, ۰, -۱), (۱, \alpha + ۱, ۲\alpha)$ مفروض‌اند. به ازای کدام مقادیر $\alpha$ بردارهای $a + b$ و $a - b$ عمود بر هم‌اند؟ (سراسری ۸۹)

۱) $-۱$ و $۰/۴$
۲) $۱$ و $۰/۶$
۳) $۱$ و $۰/۴$
۴) $-۱$ و $۰/۶$

اگر بردارهای $V_۱ + V_۲$ و $V_۱ - V_۲$ هر دو بر بردار $V_۳$ عمود باشند و سه بردار هم صفحه باشند و $|V_۱| = ۴$ و $|V_۲| = ۳$ آنگاه حاصلضرب داخلی $(V_۱ - V_۲) \cdot (V_۱ + V_۲)$ چقدر است؟ (عهد عتیق)

۱) ۵
۲) ۷
۳) ۱
۴) ۲

(آزمون آزمایشی )

بر روی دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ که هر دو از یک نقطه آغاز شده و با هم زاویه $\theta$ می سازند، یک لوزی ساخته ایم. کدام‌یک از موارد زیر لزوماً درست نیست؟

۱) $\vec{a}+\vec{b} \perp \vec{a}-\vec{b}$

۲) $\vec{a}+\vec{b}$ نیمساز زاویهٔ $\theta$ است.

۳) $|\vec{a}|=|\vec{b}|$

۴) $|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$

(سراسری ۸۷)

اگر $a=(۱,-۲,۳)$ و $b=(۲,۰,۱)$، مساحت متوازی الاضلاع تولید شده توسط دوبردار $a+۳b$ و $۲a+۵b$، کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$

۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) $۳\sqrt{۵}$

۴) $۵\sqrt{۳}$

سوال

دو بردار $\vec{a}$ , $\vec{b}$ به طول‌های ۴,۳ واحد با یکدیگر زاویه‌ی ۳۰ درجه می سازند مساحت مثلثی که بر روی دو بردار $3a + 2b, a - 2b$ تولید شود کدام است؟ (سراسری ۸۴)

۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۴۲ ۴) ۴۸

سوال

اگر $a = 2i - j + k$ و $b = j - k$ باشند، مساحت مثلثی که بر روی دو بردار $a \times b$ و $a + 2b$ ساخته شود، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۷)

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۳ ۴) $2\sqrt{3}$

سوال

مساحت مثلث $ABC$ ، با سه رأس $A(۱,-۲,۳)\ ,\ B(۲,۰,۱)\ ,\ C(-۳,۲,۱)$ ، کدام است؟ (سراسری ۸۹)

۱ $\sqrt{۳۵}$ ۲ $\sqrt{۶۵}$ ۳ $\sqrt{۵۴}$ ۴ $\sqrt{۴۲}$

سوال

اگر $i$ و $j$ و $k$ بردارهای واحد باشند حاصل $(\vec{i}\times(\vec{i}\times\vec{j}))\times\vec{k}$ کدام است؟ (سراسری ۹۱)

۱ ۰ ۲ $-i$ ۳ $j$ ۴ $-k$

سوال

زاویه بین دو بردار $a, b$ کمتر از ۹۰ درجه است، (سراسری ۸۵)

$|\vec{a}| = ۶, |\vec{b}| = ۵, |a \times (a+b)| = ۱۸$ حاصل $a \cdot (a+b)$ کدام است؟

۱) ۵۴ ۲) ۵۶ ۳) ۶۰ ۴) ۶۴

سوال

دو بردار با تصاویر $a = (۱, -۲, ۳)$ و $b = (۲, ۱, -۱)$ مفروض هستند. حجم متوازی السطوح که بر روی سه بردار $a$ ، $b$ و $a \times b$ ساخته شود، کدام است؟ (سراسری ۹۳)

۱) ۵۴ ۲) ۷۲ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

سوال

اگر $\vec{b} = ۴\vec{i} + \vec{k}$ و $\vec{a} = ۲\vec{i} + ۳\vec{j} - \vec{k}$ باشند، حجم متوازی‌السطوحی که بر روی سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{a} \times \vec{b}$ ساخته شود، کدام است؟ (سراسری خارج ۹۸)

۱) ۱۵۶ ۲) ۱۶۹ ۳) ۱۷۴ ۴) ۱۸۹

سوال

بر روی سه بردار $a = ۲i - j$ , $b = j + ۳k$ و $c = ۴i - k$ یک متوازی السطوح ساخته شده است. اگر قاعده این متوازی‌السطوح را بردارهای $a$ و $b$ تشکیل دهند، ارتفاع متوازی‌السطوح کدام است؟ (سراسری خارج ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۱٫۵ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۲

به‌ازای کدام مقدار $m$، سه بردار $\vec{a} = (-۱, ۲, ۳)$، $\vec{b} = (۲, ۰, ۱)$ و $\vec{c} = (-۴, m, ۵)$ در یک صفحه‌اند؟ (سراسری ۹۸)

۱) $-۲$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

به ازای کدام مقدار $m$، بردار $a = (-۳, ۱۰, m)$ برابر مجموع دو بردار هم‌راستا با بردارهای $(۳, ۱, ۲)$ و $(۱, ۴, -۲)$ است؟ (سراسری خارج ۹۶)

۱) $-۱۰$ ۲) $-۸$ ۳) ۹ ۴) ۱۱

بین سه بردار $c$ و $b$ و $a$ رابطهٔ $(a \times b) + (b \times c) + (c \times a) = ۰$ برقرار است. وضعیت این سه بردار نسبت به هم چگونه است؟ (سراسری خارج ۹۷)

۱) موازی هم
۲) منطبق بر هم
۳) واقع در یک صفحه
۴) دو به دو عمود بر هم

دو بردار با تصاویر $a = (۱, ۲, -۱)$, $b = (۲, ۴, m)$ مفروض‌اند. به ازای کدام مقادیر $m$، اندازه بردار $(a + b) \cdot (a \times b)$ برابر صفر است؟ (سراسری ۸۸)

۱) فقط $m = \pm ۲$
۲) فقط $m = -۲$
۳) هیچ مقدار $m$
۴) هر عدد حقیقی $m$

تصویر قائم بردار $(۰, -۳, ۶)$ روی امتداد بردار $(۲, -۱, -۲)$ کدام بردار است؟ (سراسری ۸۲)

۱) $(۲, -۱, -۲)$

۲) $(-۲, ۱, ۲)$

۳) $(۴, -۲, -۴)$

۴) $(۲, ۳, -۱)$

دو بردار $a$ و $b$ با معلومات $|a| = ۵$ و $|b| = ۷$ و $a - b = ۲i + j - ۳k$ مفروض‌اند. تصویر قائم بردار $b$ بر روی بردار $a$، چند بردار برابر $a$ است؟ (سراسری خارج ۹۵)

۱) ۰/۷

۲) ۰/۸

۳) ۱/۲

۴) ۱/۴